

**Aufbau, Optimierung und Charakterisierung
von
frequenzstabilisierten Lasersystemen**

Florian Pausewang

Bachelorarbeit in Physik
angefertigt im Institut für Angewandte Physik

vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
Bonn

August 2022

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn,
Datum

.....
Unterschrift

- 1. Gutachter: Prof. Dr. Sebastian Hofferberth
- 2. Gutachter: Prof. Dr. Dieter Meschede

Danksagung

Vorab möchte ich mich bei allen bedanken, die durch fachliche und persönliche Unterstützung zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Besonderer Dank gilt:

- Prof. Sebastian Hofferberth für die Möglichkeit, Einblicke in die Forschung in der NQO-Arbeitsgruppe zu erhalten und am HQO-Experiment mitwirken zu können. Danke für das Fundament aus der Quantum Optics Vorlesung und die vielen Denkanstöße bei den Diskussionen.
- Prof. Dieter Meschede, der mich durch den Satz: „Das 21. Jahrhundert ist das Jahrhundert des Photons!“ begeistert hat und mich nun als zweiter Gutachter unterstützt.
- Hannes Busche für die tägliche Betreuung - egal ob im Büro, aus Kanada oder aus der Corona-Isolation, die einfallsreichen Ideen und das konstruktive Feedback!
- Cedric Wind für die Hilfe, die ausführlichen, didaktisch wertvollen Erklärungen, das stets offene Ohr bei den zahlreichen Fehlersuchen und die immer pünktlichen Lunch-Calls.
- Julia Gamper dafür, dass du deine Erfahrungen an mich weitergegeben hast, stets Hilfe angeboten und mir so viele Tipps gegeben hast.
- Den Labornachbarn vom RQO-Experiment: Lukas, Nina, Simon und Jan, die mir immer zur Seite standen und für alle Fragen und Diskussionen offen waren.
- Der gesamten NQO-Gruppe bestehend aus Julia, Cedric, Hannes², Tore, Lukas², Florian, Emil, Thilina, Jasper, Eduardo, Nina, Jan, Panagiota, Xin, Tina und Sebastian für das tägliche Miteinander und die angenehme Gruppenatmosphäre.
- Yannick, Emil, Kristin und Lucas für das Korrekturlesen und das sehr hilfreiche Feedback!
- Meinen Eltern. Vielen Dank, dass ihr mich so unterstützt und mir immer die richtige Herangehensweise zeigt. Euer Vertrauen und euer Zuspruch ist für mich immer eine große Sicherheit.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Frequenzstabilisierung von Diodenlasern	4
2.1	Grundlagen	4
2.1.1	Grundlagen von verstimmbaren Diodenlasern	5
2.1.2	Eigenschaften eines Resonators mit hoher Finesse	6
2.1.3	Die Pound-Drever-Hall (PDH) Methode	7
2.2	Das HQO-Lasersystem	10
2.2.1	Überblick über die verwendeten Laser	11
2.2.2	Optischer Aufbau	11
2.3	Experimentelle Umsetzung des Laser-Locks	12
2.3.1	Stabilisierung des 960 nm-Rydberglasers	13
2.3.2	Feedbackschleife und FALC	14
2.3.3	Optimierung der Locks	15
2.4	Charakterisierung des PDH-Errorsignals	17
2.5	Cavity-Ringdown-Messung (CRM) zur Bestimmung der Finesse \mathcal{F}	20
3	Überprüfung der Stabilität des Locks mit einer Beat-Note	22
3.1	Theoretischer Hintergrund der <i>Optical-Heterodyne-Detection</i>	22
3.2	Optischer Aufbau	25
3.3	Messungen und Analyse	26
3.3.1	Beat-Note der 780 nm-Masterlaser	26
3.3.2	Beat-Note der 480 (960) nm-Rydbergglaser	33
3.3.3	Bewertung der Stabilität der Frequenzstabilisierung	39
4	Zusammenfassung und Ausblick	40
A	Anhang	42
A.1	Abschätzung der Linienbreite von Rubidium	42
A.1.1	Linienbreite unter Berücksichtigungen von BBR-induzierten Zerfällen	42
A.1.2	Drift der Resonanzfrequenzen aufgrund von elektromagnetischen Feldern	44
A.2	Messungen zur Optimierung des HQO-Masterlasers	45
A.3	Resonatormoden in der HQO-ULE-Cavity	47
	Literatur	50

Einleitung

Der Laser hat sich seit seiner ersten experimentellen Realisierung vor mehr als 60 Jahren zu einem wichtigen Instrument in der physikalischen Forschung entwickelt. Vor allem seine besondere Eigenschaft, fast monochromatisches Licht mit einer sehr großen Kohärenzzeit zu emittieren, ist essentiell für Experimente der Quantenoptik. Laser ermöglichen beispielsweise das Kühlen von Atomen, die Anregung einzelner Übergänge von Atomen oder Verfahren wie Spektroskopie.

Die zuletzt genannten Beispiele werden auch Bestandteil des sich momentan im Aufbau befindenden *Hybrid Quantum Optics* (HQQ)-Experiments sein. Das HQQ-Experiment ist Teil der *Nonlinear Quantum Optics* (NQO)-Arbeitsgruppe. Die NQO-Gruppe beschäftigt sich mit der Erzeugung von optischen Nichtlinearitäten durch Licht-Materie-Wechselwirkung in Medien. Diese beeinflussen wiederum das Verhalten einzelner Photonen. Insbesondere wird dabei die Wechselwirkung zwischen Rydberganregungen in einem ultra-kalten Atomensemble genutzt, um so effektive Wechselwirkungen zwischen einzelnen Photonen zu realisieren [1]. Dieses basiert auf dem Phänomen der starken Polarisierbarkeit von Rydbergatomen, der starken Dipol-Dipol-Wechselwirkung und dem daraus resultierenden Blockade-Effekt, welcher mehrfache Rydberganregungen in einem makroskopischen Bereich von einigen μm verbietet [2]. So lassen sich eine große Anzahl von Atomen mit einem Photon manipulieren. Das führt zu Anwendungen wie Einzel-Photon-Transistoren oder Einzel-Photon-Absorbierern [3, 4].

Im HQQ-Experiment (vgl. Abb. 1.1) sollen nun hybride Quantensysteme aus Photonen und elektromechanischen Oszillatoren verwirklicht werden. Dazu sollen gekühlte Ensembles aus Rubidiumatomen in einer *Magneto-Optischen Falle* (MOT) [5] gefangen und in den Rydbergzustand versetzt werden. Rydbergzustände besitzen neben dem Blockade-Effekt viele weitere Vorteile. Sie haben eine lange Lebensdauer, eine große Kohärenzzeit und wechselwirken mit optischen Wellenlängen und Mikrowellen. Die Atomensembles sollen über einen Magnettransport [6] zu einem Atom-Chip [7] in die Experimentkammer transportiert werden. Hier können in einem Kryostaten mit einem Rydberg Laser weitere Experimente durchgeführt werden und durch einzelne Rydbergatome die Anregungszustände eines Oszillators manipuliert werden. Durch Kühlen in den Grundzustand soll dieser als Quantenspeicher genutzt werden [8].

Abbildung 1.1: Geplanter Vakuumaufbau des HQO-Experiments: Die Vakuumkammer für die MOT ist mit 9 Fenstern ausgestattet und mit einem Magnettransport, welcher durch die außen angebrachten (rot markierten) Spulen realisiert ist, mit der Experimentkammer verbunden. Dort finden die Experimente mit hybriden Quantensystemen im Kryostaten statt. (Dieses GIF wurde von Cedric Wind angefertigt. Zum Abspielen ist der *Adobe Acrobat Reader* zu empfehlen.)

Die Kühlung, Anregung und Manipulation der Rydbergatome erfolgt durch Laser. Die beiden kritischen Eigenschaften der Laser, um reproduzierbare Ergebnisse zu ermöglichen, sind ihre Linienbreite und ihre zeitliche Stabilität in der Frequenz.

Laser besitzen aufgrund ihrer intrinsischen Eigenschaften (s. Kap. 2.1.1) eine - verglichen mit anderen Lichtquellen - extrem schmale Linienbreite. Für die genutzten kommerziellen *External-Cavity-Diodenlaser* liegt diese ohne weitere Stabilisierung bei einigen Hundert kHz (s. Abb. 3.3(a)). Zudem driftet die Frequenz um einige MHz in wenigen Minuten.

Für die Kühlung und Anregung sollte das Laserlicht eine kleinere Linienbreite haben als die natürliche Linienbreite des Atomübergangs, der zum Kühlen verwendet wird. Die Breite des verwendeten Übergangs zum Kühlen (von $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$) beträgt 6 MHz [9]. Da die Linienbreite von Rydbergatomen mit steigender Hauptquantenzahl n abnimmt (s. Anhang A.1.1), müssen die Laser bei der Zweiphotonen-Rydberganregung deutlich höhere Anforderungen erfüllen. Zum einen ist der Blockade-Effekt abhängig von der Linienbreite der für die Anregung genutzten Laser. Zum anderen sind Ergebnisse von Experimenten (z.B. Spektroskopie) davon abhängig, wie stark ein Laser um die Resonanz der kalten Atome fluktuiert. Wie in Abb. A.2 zu erkennen ist, liegt die Linienbreite von einem im Experiment typischerweise verwendeten Zustand mit $n = 111 S_{1/2}$ zwischen ca. 650 Hz bei 4 K und 2300 Hz bei 300 K, also Raumtemperatur. Die Linienbreite der Rydbergelaser soll möglichst in derselben Größenordnung oder kleiner als diese Linienbreite sein.

Ziel dieser Arbeit ist es, ein Frequenzstabilisierungsverfahren für die Laser des geplanten HQO-Experimentes zu implementieren und dadurch die auf der vorangehenden Seite gezeigten Anforderungen zu erfüllen.

Zur Stabilisierung wird ein Resonator mit einer sehr hohen Finesse \mathcal{F} (im Folgenden auch als Cavity bezeichnet) als Referenzfrequenz verwendet. Anhand dieser Referenzfrequenz kann über das *Pound-Drever-Hall* (PDH)-Verfahren [10, 11] ein Errorsignal erzeugt werden, sobald der Laser auf den verschiedenen Zeitskalen von dieser Referenz abzuweichen beginnt. Über eine Feedback-Schleife kann eine Frequenzkorrektur auf die Laser gegeben werden. Das Stabilisieren eines Lasers auf einen externen Referenzresonator mittels PDH-Verfahren wird auch „*Laser-Locking*“ oder „*Locking*“ genannt. Die Stabilität der Laser in der Frequenz soll anschließend gemessen werden.

Im Folgenden wird die Vorgehensweise dieser Arbeit vorgestellt:

Im Kapitel 2 wird die Anwendung des PDH-Verfahrens am Beispiel des HQO-Rydberglasers beschrieben. Zuerst wird in Kap. 2.1 auf das Funktionsprinzip der verwendeten Laser, den theoretischen Hintergrund des PDH-Verfahrens und die für dieses Verfahren essentiellen Resonatoren eingegangen. Darauf folgend wird in Kap. 2.2 das Lasersystem des HQO-Experimentes beschrieben, indem der optische Aufbau dargestellt wird. Die Umsetzung des Locks und die zur Vorbereitung und Optimierung notwendigen Schritte werden in Kap. 2.3 aufgezeigt. Abschließend wird das Errorsignal (s. Kap. 2.4) analysiert und die ULE-Cavity mittels einer *Cavity-Ringdown*-Messung (s. Kap. 2.5) charakterisiert.

Um die Qualität des Locks zu beurteilen, werden in Kap. 3 zwei Beat-Notes für die *Heterodyne-Detection*-Methode aufgebaut. In Kap. 3.1 wird die Theorie der *Heterodyne-Detection* und in Kap. 3.2 der Aufbau des Beat-Note Setups vorgestellt.

Für die unterschiedlichen Laser (780 nm-Masterlaser¹ und 480 (960) nm-Rydbergglaser) werden in den Kap. 3.3.1 und 3.3.2 Messungen durchgeführt, um den Lock weiter zu optimieren und um konkret Aussagen über die Linienbreite und die Langzeitstabilität zu treffen.

Für die Vergleichsmessungen der *Optical-Heterodyne-Detection* werden, um eine Beat-Note zu erzeugen, vom Nachbarexperiment *Rubidium Quantum Optics* (RQO) zwei weitere Laser bei den jeweils gleichen Wellenlängen eingesetzt. Dort existiert bereits ein frequenzstabilisierter 780 nm-Masterlaser und ein weiterer - noch nicht stabilisierter - 960 nm-Rydbergglaser. Für beide existieren bereits die Aufbauten für das PDH-Verfahren, allerdings muss die Feedbackschleife des Locks für den 960 nm-Rydbergglaser noch bei der richtigen Wellenlänge optimiert werden. Das Vorgehen für diesen Laser ist analog zu Kap. 2.3.3 und wird in dieser Arbeit nicht explizit beschrieben.

Abschließend wird bewertet, inwieweit die Laser den auf der vorangegangenen Seite formulierten Anforderungen genügen (s. Kap. 3.3.3).

In Kapitel 4 werden die Ergebnisse zusammengefasst und weitere Optimierungs- und Testmöglichkeiten der Laserstabilisierung aufgezeigt.

¹ Der 780 nm-Masterlaser des HQO-Experimentes wurde bereits von Julia Gamper mit dem PDH-Verfahren stabilisiert [12]. Bei diesem Laser geht es zum einen um das Testen der bereits bestehenden Stabilisierung. Zum anderen soll der Unlimited Integrator (ULI) als zusätzliche Optimierung für eine bessere Langzeitstabilität aktiviert werden.

Frequenzstabilisierung von Diodenlasern

Laserlicht ist, wie bereits in der Einleitung erwähnt, annähernd monochromatisch. Diese Eigenschaft ist bedingt durch die fundamentale Funktionsweise eines Lasers (s. Kap. 2.2) [13]. Trotzdem finden auf verschiedenen Zeitskalen geringfügige Fluktuationen in der Laserfrequenz statt. Hervorgerufen werden diese Effekte durch Veränderungen in der am Piezo des Lasers anliegenden Spannung oder des Laserstroms¹, durch mechanische Auswirkungen von thermischen Einflüssen, elektronisches Rauschen, akustische Störungen und viele weitere Faktoren [14]. Dies führt dazu, dass die Laser ohne weitere Stabilisierungsmaßnahmen nicht die in der Einleitung formulierten Anforderungen erfüllen.

Um aktiv die Frequenz eines Lasers zu stabilisieren, benötigt man ein Fehlersignal, welches bezüglich einer Referenzfrequenz eine Korrektur liefert, die wieder als Feedback auf den Laser gegeben werden kann. Das Fehlersignal wird über das *Pound-Drever-Hall* (PDH)-Verfahren (s. Kap. 2.1.3) erzeugt. Voraussetzungen für eine qualitativ gute Stabilisierung sind: erstens eine sehr stabile, schmalbandige Referenzfrequenz. Die Referenzfrequenz ist in diesem Experiment durch einen externen Resonator gegeben (s. Kap. 2.1.2). Zweitens eine Feedback-Elektronik, bzw. Regelschleife, deren Bandbreite groß genug ist, um Frequenzdrifts über große Bereiche auszugleichen. Und drittens, dass der Steuerstrom am Laser ausreichend schnell moduliert werden kann [15].

Nachdem in Kap. 2.1 die grundlegenden Konzepte, die zur Umsetzung des PDH-Locks notwendig sind, erläutert werden, wird anschließend ein Überblick über das Lasersystem des HQO-Experiments (Kap. 2.2) gegeben, die experimentelle Implementation der Frequenzstabilisierung (Kap. 2.3) aufgezeigt und mittels Messungen (Kap. 2.4 u. 2.5) demonstriert.

2.1 Grundlagen

Um einen mit PDH stabilisierten Laser zu implementieren, benötigt man folgende Komponenten: den Laser selbst, einen optischen Resonator (Cavity) mit hoher Güte und weitere optische und elektronische Komponenten zur Umsetzung der Feedback-Schleife. Die grundlegenden Eigenschaften und Funktionsweisen dieser werden nun erläutert.

¹ Details zur Funktionsweise der Laser finden sich in Kap. 2.1.1

2.1.1 Grundlagen von verstimmbaren Diodenlasern

Das zentrale Element der verwendeten Halbleiterlaser sind Laser-Dioden-Chips. Diese bestehen aus dotierten *pn*-Übergängen in einem Halbleiterkristall, welcher in Durchlassrichtung betrieben wird. Durch den Strom können die Elektronen und Löcher rekombinieren. Bei geringen Strömen liegt spontane Emission vor. Ab einer Schwellwertspannung, der *Lasing-Threshold*, entsteht durch Vielfachreflexion zwischen den Endflächen des Kristalls ein so starkes Strahlungsfeld in der Grenzschicht, dass die stimulierte Emission überwiegt, bevor die Rekombination durch spontane oder strahlungslose Prozesse wirksam wird. Der emittierte Strahl weist eine hohe Kohärenz auf [16].

Der spektrale Bereich eines Laser-Dioden-Chips ist durch die Eigenresonanzen des Kristalls (Resonators) und des Verstärkungsprofils gegeben. Die Wellenlänge variiert mit allen Parametern, die den Energieabstand der Laserniveaus verändern. Zu diesen gehört die Temperatur, der Diodenstrom, ein äußeres Magnetfeld oder mechanischer Druck [16]. Um eine stabile Linienbreite des Lasers zu erhalten, werden Parameter wie die Temperatur stabilisiert und konstant gehalten und es werden weitere externe optische Elemente verwendet.

Die verwendeten Laser sind verstimmbare *External-Cavity*-Diodenlaser (s. Abb. 2.1). Der Laser-Dioden-Chip ist in einen größeren, externen Resonator eingekoppelt, der durch frequenzabhängiges Feedback den Laser stabilisiert. Es wird die *Littrow*-Konfiguration verwendet, d.h. der Laser trifft auf ein *Grating*, ein Beugungsgitter, welches die erste Beugungsordnung in den Laser zurück reflektiert und diesem so ein Feedback gibt [17]. Dieser externe Resonator besitzt einen so großen Freien Spektralbereich (vgl. Kap. 2.1.2), dass es nicht zur *Mode-Competition* zwischen mehreren resonanten Moden in diesem Resonator kommt.

Ein Durchstimmen des Lasers erfolgt über Veränderung des Spannungsoffsets eines Piezos, der die Position des Gitters verändert und damit auch die Resonanz der *Littrow*-Konfiguration. Der durch diese Methode erreichbare Spektralbereich ist durch das spektrale Verstärkungsprofil begrenzt. Über einen *Feedforward* wird dadurch automatisch auch der Diodenstrom angepasst. So bleibt der Laser außerdem auch in einem vorher ausgewähltem modensprungfreien Bereich [19].

Durch die *Littrow*-Konfiguration verfügen die Laser bereits über hohe Stabilität und sind annähernd monochromatisch. Quantenfluktuationen im aktiven Medium verursachen allerdings eine fundamentale Laser-Linienbreite, welche durch technisch bedingtes Rauschen weiter verbreitert wird. Das Feld kann durch Formel 2.7 ausgedrückt werden, allerdings mit zufälligen Fluktuationen $\phi = \phi(t)$ in der Phase [20]. Das resultierende Phasenrauschen im E-Feld kann durch

$$E(t) = E_0 \cos(\omega_0 t + \phi(t, \tau)) \quad \text{mit} \quad \Delta\phi(t, \tau) = \phi(t + \tau) - \phi(t) \quad (2.1)$$

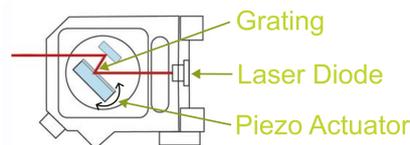


Abbildung 2.1: Dargestellt ist der Aufbau eines *External-Cavity*-Diodenlasers. Nach [18].

beschrieben werden.

Die Frequenzen von $E(t)$ sind jetzt Voigt-förmig verteilt². Ein emittierender Laser kann schnelle und langsame Fluktuationen aufweisen. Schnelle Fluktuationen erlauben zwar eine im zeitlichen Mittel sehr konstante mittlere Wellenlänge, führen aber zu einer hohen Linienbreite. Ein Laser mit schmaler Linienbreite kann trotzdem langsame Fluktuationen aufweisen und seine Wellenlänge kann über die Zeit driften. Beide Effekte sind unerwünscht.

Eine Stabilisierung kann umgesetzt werden, indem durch ein Feedback-Signal der Laserstrom und der am Piezo des *Gratings* anliegende Spannungs-Offset so angepasst werden, dass die Frequenz des Lasers möglichst konstant bleibt.

Die Stabilisierung führt zu einer Verringerung der Halbwertsbreite (FWHM) der Voigt-Verteilung. Je kleiner die Halbwertsbreite, desto kleiner ist das Phasenrauschen.

2.1.2 Eigenschaften eines Resonators mit hoher Finesse

Fabry-Perot-Resonatoren mit hoher Reflexivität, also hoher Finesse, liefern mit ihren Resonanzpeaks schmale Referenzfrequenzen. Die nötigen physikalischen Grundlagen eines solchen *Fabry-Perot*-Resonators (FPR) werden im Folgenden aufgezeigt.

Vereinfacht dargestellt besteht ein Resonator aus zwei gegenüberliegenden Spiegeln mit einer Reflexivität R (vgl. Abb. 2.2). Diese wirken wie ein Frequenzfilter, da nur die Frequenzen in dem Resonator erlaubt sind, die die Resonanzbedingung erfüllen. Zentrale Eigenschaften können durch den freien Spektralbereich Δ_{FSR} und die Finesse \mathcal{F} beschrieben werden. Die Größe Δ_{FSR} ist die Frequenzdifferenz zweier Grundmoden bzw. die inverse Umlaufzeit des Lichtes im Resonator und \mathcal{F} ist ein Maß für die Güte des Resonators [22]. Diese Größen sind definiert als

$$\Delta_{\text{FSR}} = \frac{c}{2l} \quad \text{und} \quad \mathcal{F} = \frac{\Delta_{\text{FSR}} (*)}{\Delta_{1/2}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (2.2)$$

Diese beiden Größen hängen nur von der Länge l und der Reflexivität R des Resonators ab. Die Äquivalenz (*) in Formel 2.2 gilt im Fall von großen und identischen Reflexivitäten $R_1 = R_2 = R$ der Spiegel. Der Reflektionskoeffizient eines verlustfreien Resonators $F(\omega)$ ist das Verhältnis zwischen

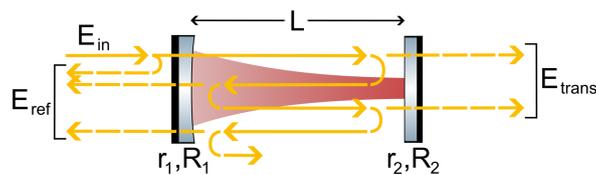


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der ULE-Cavity, welche als Referenzfrequenz dient. Die Spiegel besitzen die Radien $r_1 = \infty$ und $r_2 = 500$ mm und die Reflexivitäten $R_1=R_2$ und sind im Abstand von $L = 100,1$ mm [21] angeordnet. Zu sehen sind eintreffender Strahl, Reflexion und Transmission.

² Eine ausführliche Herleitung zum Spektrum eines Lasers findet sich in [20].

reflektiertem und transmittiertem Strahl und ist gegeben durch [11]

$$F(\omega) = \frac{E_{\text{ref}}}{E_{\text{in}}} = \frac{R \left(\exp \left(i \frac{\omega}{\Delta_{\text{FSR}}} \right) \right) - 1}{1 - R^2 \exp \left(i \frac{\omega}{\Delta_{\text{FSR}}} \right)}. \quad (2.3)$$

Da die Spiegel nicht perfekt reflektieren, hat die in den Resonator eingekoppelte Strahlung eine endliche mittlere Lebenszeit τ , bevor sie wieder austritt. Dies kann als exponentieller Zerfall über

$$I(t) = I_0 \cdot \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \quad (2.4)$$

beschrieben werden. Die Finesse kann auch umgeschrieben werden als die mittlere Anzahl an Umläufen eines einzelnen Photons im Resonator. Aus τ kann die Finesse

$$\mathcal{F} = \tau \frac{\pi c}{l} \quad (2.5)$$

bestimmt werden [23].

2.1.2.1 Mode-Matching und Einkoppeln in den Resonator

Eine stabile Resonanz in der Cavity kann nur erreicht werden, wenn das Licht im Resonator eingeschlossen ist, also die Wellenfronten nach vielen Umläufen noch an denselben Positionen liegen. Es muss also nicht nur die Frequenzverteilung, sondern auch das räumliche Stahlprofil des Lichts berücksichtigt werden. Beschreibt man den Laserstrahl als Gaußschen Strahl, so erhält man als Lösung für die Moden der Cavity Hermite-Gaußsche Moden bzw. Laguerre-Gaußsche Moden. Um ideal in die Grundmode einzukoppeln, müssen die Gaußschen Strahlen des Lasers ihren Fokus bei dem zweiten planen Spiegel haben und sich dann so aufweiten, dass die Krümmung der Wellenfronten mit der Krümmung des ersten Spiegels übereinstimmen (s. Abb. 2.2). Nur so wird der Strahl immer in sich selbst zurück reflektiert.

Ist dies nicht gegeben, kommt es zu Streuung, Absorption oder zur Anregung von höheren Moden: Diese sind nach [16] durch

$$\nu_{n,l,m} = n\Delta_{\text{FSR}} + (l + m + 1) \frac{\Delta\xi}{\pi} \Delta_{\text{FSR}} \quad (2.6)$$

gegeben. Die natürlichen Zahlen l und m sind hierbei die Zahlen der TEM-Moden und $\Delta\xi = \arctan \frac{z}{z_0}$ ist die Gouy-Phase, wobei z_0 der *Rayleigh*-Länge entspricht und $z = 0$ mit der Position des Fokus (*Beam-Waist*) korrespondiert. Die höheren Moden konnten beim Locking beobachtet werden, wenn das *Alignment* noch nicht perfekt ist. Weitere theoretische Ausführungen und Abbildungen der höheren Moden finden sich im Anhang A.3.

2.1.3 Die Pound-Drever-Hall (PDH) Methode

Mit den beschriebenen Cavities ist eine ausreichend schmale Frequenzreferenz gegeben. Zur Laserstabilisierung muss zuerst ein Errorsignal erzeugt werden, welches dann nach Verarbeitung mit einem PID-Controller als Feedbacksignal auf den Laser gegeben werden kann. Das Errorsignal kann aufgrund der optischen Eigenschaften des Resonators (s. Formel 2.7) theoretisch sowohl aus dem reflektierten als auch aus dem transmittierten Signal gewonnen werden. Da sich der Laser nahe der Resonanzfrequenz

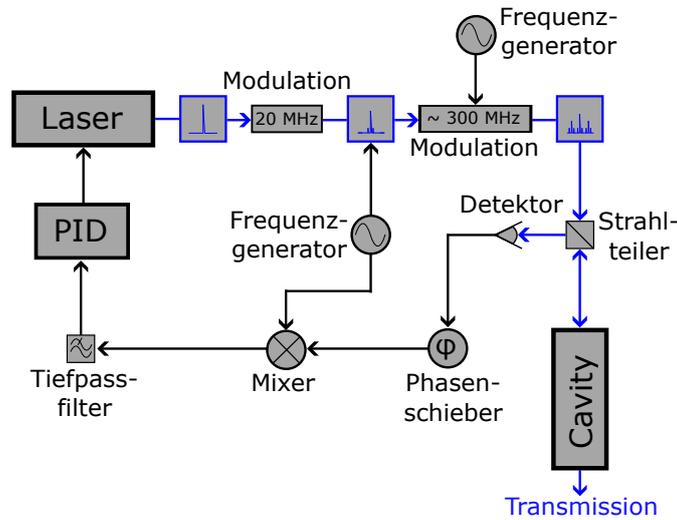


Abbildung 2.3: Aufbau, um einen Laser mittels PDH auf eine Cavity zu locken (nach [11]). Das vom Laser emittierte Licht wird moduliert in eine Cavity eingekoppelt. Das reflektierte Signal wird isoliert und man erhält durch Demodulation und einen Tiefpass das PDH-Errorsignal. Dieses wird mit einem PID-Controller elektronisch weiterverarbeitet und als Feedback auf den Laser gegeben.

befindet, kann mit der Transmission nicht zwischen Intensitäts- und Frequenzfluktuationen unterschieden werden. Die Reflexion liefert ebenfalls ein Signal abhängig von der Frequenzveränderung, welches symmetrisch um die Resonanz ist. Durch dieses allein kann nicht die Richtung der Frequenzveränderung bestimmt werden. Nützlich ist nun, dass die Phase des reflektierten Signals antisymmetrisch um die Resonanz ist. Dadurch kann bestimmt werden, auf welcher Seite der Resonanz man sich befindet. Diese Information erhält man aus der Ableitung des Reflexionskoeffizienten. Um diese zu erhalten, wird eine Modulation von Seitenbändern auf das Laserlicht benötigt.

Der schematische Aufbau zur Gewinnung des Errorsignals ist in Abb. 2.3 zu sehen. Das Prinzip wird im Folgenden mathematisch erläutert. Detaillierte Herleitungen finden sich in [11].

Das Feld einer longitudinalen Lasermode mit der Feldstärke E_0 , einer mittleren Kreisfrequenz ω_0 und einer Phase ϕ kann als

$$E(t) = E_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (2.7)$$

dargestellt werden. Auf die Phase des Laserlichts mit der Frequenz ω werden Seitenbänder mit Amplitude β und Modulationsfrequenz Ω moduliert. Man erhält für die modulierte Phase $\phi = \omega t + \beta \sin(\Omega t)$ und für das neue elektrische Feld

$$E_{\text{in}} = E_0 \cdot \left[J_0(\beta) \cdot e^{i\omega t} + J_1(\beta) \cdot e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta) \cdot e^{i(\omega-\Omega)t} \right], \quad (2.8)$$

wobei J_n die n-te Besselfunktion ist. Dieser Strahl trifft auf die Cavity und wird reflektiert. Es ergibt sich nach Gewichtung mit dem frequenzabhängigen Reflexionskoeffizienten $F(\omega)$ (s. Formel 2.3) das

reflektierte Feld

$$E_{\text{ref}} = E_0 \cdot [F(\omega)J_0(\beta) \cdot e^{i\omega t} + F(\omega + \Omega)J_1(\beta) \cdot e^{i(\omega+\Omega)t} - F(\omega - \Omega)J_1(\beta) \cdot e^{i(\omega-\Omega)t}]. \quad (2.9)$$

Letztendlich wird die Leistung dieses reflektierten Strahls auf einer Photodiode³ detektiert. Dabei entstehen sowohl konstante Terme als auch bei Vielfachen von Ω oszillierende Terme [11]. Es ergibt sich

$$P_{\text{ref}} = \text{Konst.} + 2P_0J_0(\beta)J_1(\beta) \cdot (\beta)\Re[F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)] \cos(\Omega t) \\ + 2P_0J_0(\beta)J_1(\beta)\Im[F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)] \sin(\Omega t) + \dots$$

Durch den Mixer, welcher das Produkt der beiden Eingänge ausgibt, werden durch geschickte Wahl der Phase (hierbei muss auch die Laufzeit der Signale berücksichtigt werden) DC-Terme eliminiert, und durch einen folgenden Tiefpass, der schneller als mit Ω oszillierende Terme unterdrückt, ergibt sich das reine Fehlersignal. Da die Modulation Ω größer ist als die Resonanzbreite der Cavity, können weitere Vereinfachungen (s. [11]) durchgeführt werden. Das Fehlersignal ϵ ergibt sich zu

$$\epsilon = -2P_0J_0(\beta)J_1(\beta) \cdot \Im[F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)]. \quad (2.10)$$

Dieses ist in der Abb. 2.4 dargestellt. Für den Resonanzfall ergibt sich bei einem Scan sehr nahe der

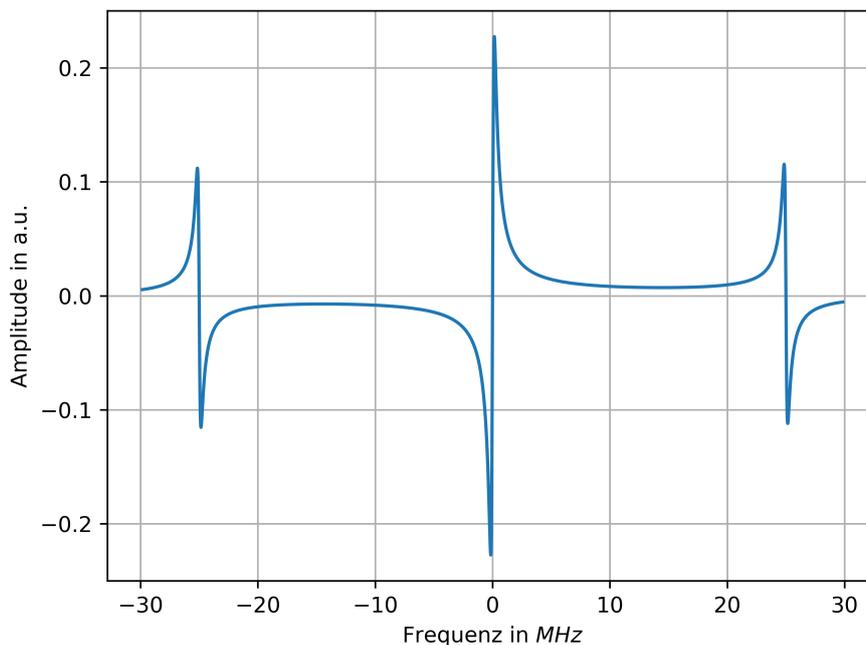


Abbildung 2.4: Theoretisches Errorsignal nach Formel 2.10. Die auf die Laser modulierten Seitenbänder betragen 25 MHz. Der Reflexionskoeffizient entspricht dem der verwendeten Cavity.

³ Die Bandbreite der Photodiode sollte mindestens in der Größenordnung der Modulation (≈ 20 MHz) sein.

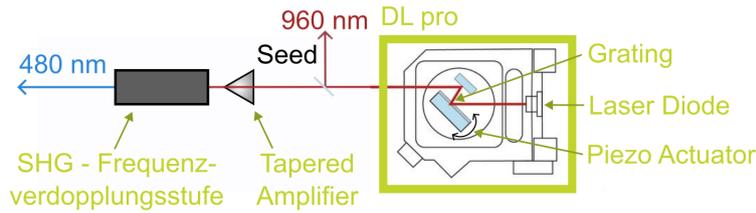


Abbildung 2.5: Dargestellt ist der Aufbau des *TA SHG pro*. Der *Seed*-Laser ist ein *DL pro* (grün). Dieser wird nach Verstärkung in einer zweiten Stufe frequenzverdoppelt. Nach [18].

Resonanz eine Gerade mit der Form

$$\epsilon \approx D \cdot \delta f \quad \text{mit} \quad D = -2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{\mathcal{F}}{\Delta\nu_{\text{FSR}}} . \quad (2.11)$$

Um den Laser zu stabilisieren, werden nun neben den für das PDH-Verfahren notwendigen Seitenbändern mit einer Rf-Frequenzquelle weitere Seitenbänder in größerem Abstand moduliert. Eines von diesen wird in Resonanz betrieben. Dieses Seitenband besitzt frequenzunabhängig immer denselben Abstand zum Carrier. Verändert sich nun die Frequenz des Seitenbandes relativ zur Resonanz der Cavity, so erhält man ein proportionales Errorsignal nach Formel 2.11. Dieses kann in einer Feedbackschleife nach einem PID-Controller auf den Laser gegeben werden und die Frequenz des Carriers und des Seitenbandes fixieren. Dies ist Teil des HQO-Laser-Setups, welches im Folgenden beschrieben wird.

2.2 Das HQO-Lasersystem

In dieser Arbeit werden zwei kommerzielle Laser der Firma *TOPTICA Photonics AG* verwendet: der *DL pro* und der *TA SHG pro*. Deren grundlegende Funktionsweise wurde bereits in Kap. 2.1.1 aufgezeigt. Im Folgenden wird auf einige technische Details⁴ und die Aufgaben dieser Laser eingegangen.

Der *DL pro* ist ein verstimmbarer *External-Cavity*-Diodenlaser (s. grüner Kasten in Abb. 2.5). Dessen Funktionsweise ist bereits in 2.1.1 erläutert.

Der zweite verwendete Laser ist der *TA SHG pro* (s. Abb. 2.5). Als *Seed*-Laser für den *TA SHG pro* dient der *DL pro*. Dieser kann abgegriffen werden und z.B. über das PDH-Verfahren (s. Kap. 2.1) zur Ansteuerung des gesamten Lasers verwendet werden. Es folgt ein *Tapered Amplifier* (TA) zur Verstärkung des Signals. Dieses wird dann als *Pump* verwendet, um in der *SHG*-Stufe über *Second-Harmonic-Generation* in einem nicht-linearen Kristall eine Frequenzverdopplung zu realisieren. Die Frequenzverdopplung findet in einer Cavity in *Bow-Tie*-Konfiguration statt [24]. Während der *Seed* bei ca. 960 nm Wellenlänge und einer Leistung von wenigen mW liegt, emittiert der Laser am Ausgang bei ca. 480 nm mit einer Leistung von ca. 1 W.

⁴ Detaillierte Informationen finden sich in den Bedienungsanleitungen ([19, 24]).

Tabelle 2.1: Überblick über die in dieser Arbeit verwendeten Laser des HQO- und RQO-Experiments.

	Name	Laser	λ in nm	Verwendung
HQO	Master-Laser	DL pro	780	Referenz für MOT-Laser
HQO	Rydberg-Laser	TA SHG pro	960, 480	Rydberganregung
RQO	Master-Laser	DL pro	780	Referenz für MOT-Laser
RQO	Rydberg-Laser	TA SHG pro	960, 480	Rydberganregung

2.2.1 Überblick über die verwendeten Laser

Im HQO-Experiment werden Laser zur Laserkühlung von Rubidium in einer MOT und zur Rydberganregung der gekühlten Rubidiumatome verwendet. Der HQO-Master-Laser (780 nm) stabilisiert zwei Slave-Laser mittels *Phase-Lock-Loop*. Dies wurde von Julia Gamper in ihrer Bachelorarbeit aufgebaut [12]. Sie erfüllen die Funktion von *Cooler* und *Repumper*. Ein Rydberg-Laser bei ca. 480 nm dient der Anregung der Atome. Dessen *Seed* bei 960 nm vor einer Frequenzverdopplungsstufe wird genutzt, um über das PDH-Verfahren die Frequenz des Rydberg-Lasers nach der Frequenzverdopplungsstufe zu kontrollieren.

In Kap. 3 werden die beiden HQO-Laser um zwei Laser des RQO-Experiments erweitert. Im RQO-Experiment liegt ein dem HQO-Lasersystem ähnlicher Aufbau vor. Der RQO-Master-Laser und RQO-Rydberg-Laser dienen später als Referenz. Die in dieser Arbeit verwendeten Laser sind in Tab. 2.1 aufgelistet.

2.2.2 Optischer Aufbau

In Abb. 2.6 ist der Aufbau der Stabilisierung der Laser des HQO-Experiments gezeigt. Zu sehen sind die beiden Laser: Der blaue Rydberg-Laser *TA SHG pro* und der rote Master-Laser *DL pro*. Für beide Laser kann mit einem $\lambda/2$ -Plättchen und einem PBS (*Polarizing-Beam-Splitter*) die Leistung, die zur Cavity geht, reguliert werden. Die übrige Leistung gelangt über weitere Optik zum Experiment (nur bei 780 nm), dem Wavemeter und dem Beat-Note-Setup. Letztere zwei dienen zur Evaluation des Laser Locks. Es folgen jeweils nach Einkopplung in *Single-Mode-Polarization-Maintaining-Fibers*⁵ Faser-EOMs. Diese können Seitenbänder auf den *Carrier* modulieren, auf welche später gelockt werden soll. Wir benötigen Seitenbänder bei zwei verschiedenen Frequenzen auf jedem Laser: zum einen kleine Seitenbänder⁶ für das PDH-Errorsignal, zum anderen Seitenbänder, die ermöglichen, den Laser bei einer beliebigen Frequenz zu locken. Letztere werden durch eine Radiofrequenz (Rf)-Quelle⁷ und die zugehörige *Windfreak*-Software erzeugt. In die Cavity können mit der verwendeten Konfiguration theoretisch vier verschiedene Strahlen unabhängig voneinander eingekoppelt werden. Dies ermöglichen ein dichroitischer Spiegel, der Licht unter 805 nm reflektiert und Licht über 805 nm transmittiert, und jeweils ein PBS, welcher die zwei verschiedenen Polarisationen trennt. Für jeden eingekoppelten Strahl wird ein weiterer BS (*Beam-Splitter*) verwendet, der den eintreffenden Strahl und den von der Cavity

⁵ Über eine weitere $\lambda/2$ -Platte kann die Polarisation in Faser und EOM justiert werden.

⁶ Die kleinen Seitenbänder werden für das 780 nm-Setup im Lasercontroller des *DL pro* erzeugt und mit einem Mixer mit dem Faser-EOM gegeben. Für das 960 nm-Setup werden die Seitenbänder direkt auf den Strom der Laserdiode moduliert, da sie auch für die Frequenzverdopplungsstufe relevant sind.

⁷ Verwendet wird das Model *SynthUSBII - USB RF Signal Generator* der Firma *Windfreak Technologies*.

reflektierten Strahl überlagert bzw. trennt. Bis jetzt werden allerdings nur zwei Eingänge genutzt. In Zukunft können aber nach dem in dieser Arbeit beschriebenen Prinzip auch weitere Laser über die weiteren Eingänge eingekoppelt werden. Hinter der Cavity wird der transmittierte Strahl mittels BS geteilt, zum einen zur CCD-Kamera (*ArduCam*⁸), zum anderen zur Photodiode, welche der Intensitätsmessung dient. Im Folgenden wird die experimentelle Umsetzung zur Stabilisierung mittels PDH dargestellt.

2.3 Experimentelle Umsetzung des Laser-Locks

Der rote HQO-Laser bei 780 nm wurde bereits von Julia Gamper frequenzstabilisiert (vgl. [12]). Der 960 nm-HQO-Rydbergelaser soll im Rahmen dieser Bachelorarbeit stabilisiert werden. Da beide Laser in dieser Arbeit verwendet werden, wurde in der Abb. 2.6 der gesamte für die Frequenzstabilisierung des HQO-Lasersystems notwendige Aufbau dargestellt. Im Folgenden wird explizit die Implementierung des PDH-Verfahrens für den 960 nm-HQO-Rydbergelaser aufgezeigt. Der Aufbau und das Vorgehen ist identisch für das RQO- und HQO-Lasersystem. Weitere Laser wurden - ohne es in dieser Arbeit explizit zu beschreiben - analog stabilisiert.

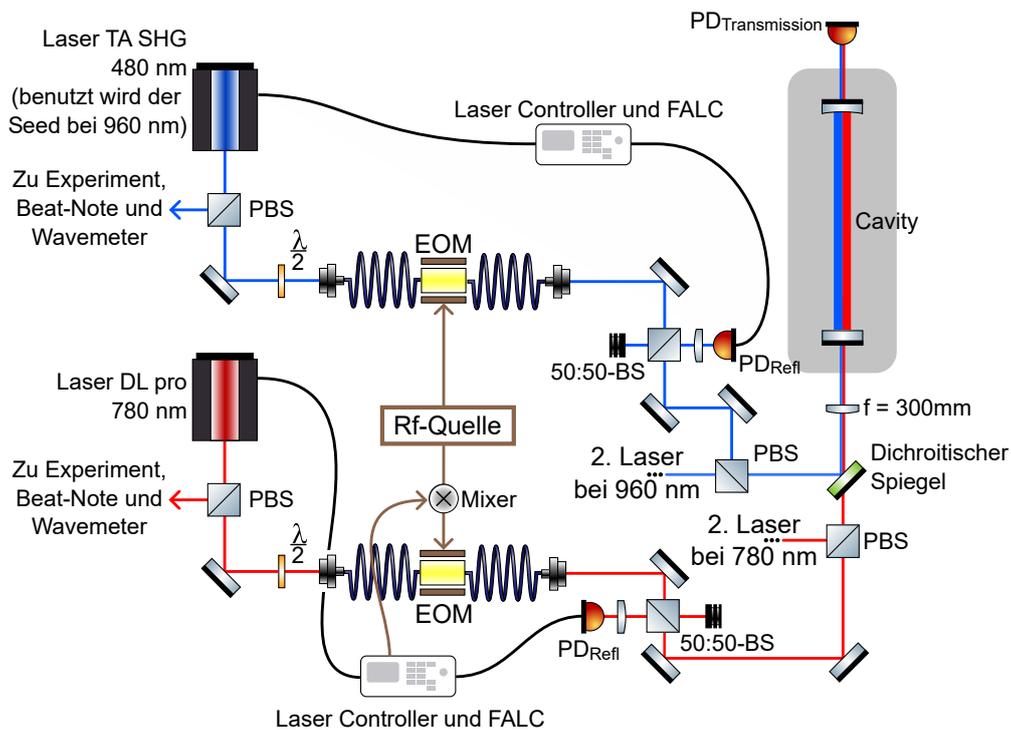


Abbildung 2.6: Optischer Aufbau zur Frequenzstabilisierung für den Masterlaser und den Rydbergelaser des HQO-Experiments. Dieser implementiert für beide Laser das PDH-Verfahren. Genutzt wird ein ULE-Resonator als Referenz.

⁸ *ArduCam MT9J001*

2.3.1 Stabilisierung des 960 nm-Rydberglasers

In Abb. 2.6 wurde bereits der *TA SHG pro*-Laser und der für das PDH-Verfahren nötige optische Feedbackzweig gezeigt. Die wichtigsten Elemente sind hier die ULE-Cavity⁹, der elektro-optischer Modulator (EOM), auf welchen über Radiofrequenzen Seitenbänder auf die Laser moduliert werden, die Linsen und Spiegel zum Einkoppeln in den Resonator und die Photodioden zum Beobachten des transmittierten und reflektierten Strahls. Letzterer wurde mit einem *Beam-Splitter* (BS) isoliert. Aus diesem reflektierten Signal wird das PDH-Fehlersignal gewonnen und mit dem *Fast Analog Linewidth Control* (FALC) in das Feedbacksignal umgewandelt (s. Kap. 2.3.2).

Der erste Schritt ist allerdings das Vorbereiten des Resonator-Setups. Insbesondere muss hierbei das Transmissions-Signal analysiert werden.

2.3.1.1 Cavity Transmissions-Signal

Die Einkopplung in die Cavity mit einer fest definierten Aufweitung des Strahls wird durch eine Linse vor der Cavity, welche für jede Wellenlänge in einem fest definiertem Abstand steht, realisiert. Da bei zwei verschiedenen Wellenlängen eingekoppelt werden soll, aber beide Strahlen dieselbe Linse vor der Cavity benutzen, müssen die unterschiedlichen Strahlenprofile beider Laserstrahlen über jeweils eine zweite Linse angepasst werden. Diese ist im Faserauskoppler verbaut. Das detaillierte Vorgehen für die Einkopplung in die Cavity ist in [25] geschildert.

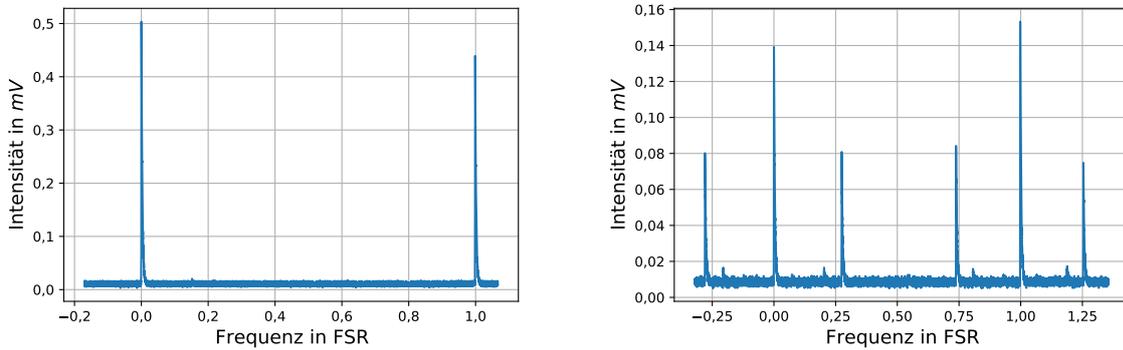
Die Einkopplung in die Cavity kann optimiert werden, indem das transmittierte Signal hinter der Cavity mittels Photodiode betrachtet wird. Der Laser wird über einen Bereich von mindestens einem freien Spektralbereich (FSR) durchgestimmt. Kann die Grundmode mittels Kamera identifiziert werden (vgl. Anhang A.3), erscheint diese in Form von Peaks jeweils im Abstand von einem FSR. Durch *Beam-Walking* und iteratives Variieren des Fokus des Kollimators hinter der Faser können die höheren Moden minimiert werden, bis die Grundmode dominiert.

Die Güte des Mode-Matchings kann durch Analyse des Transmissionssignals abgeschätzt werden. Letzteres ist in Abbildung 2.7(a) zu sehen. Höhere Moden konnten durch dieses Verfahren im Vergleich zur Grundmode auf unter 1 % unterdrückt werden. Mittels EOM können nun die Seitenbänder, auf welche stabilisiert werden soll, auf den Carrier moduliert werden. Dies zeigt Abb. 2.7(b). Die Leistung im EOM wurde so eingestellt, dass die erste Ordnung an Seitenbändern ca. 50 % der Intensität des Carriers besitzen und höhere Ordnungen immer noch hinreichend stark unterdrückt sind. Die in Abb. 2.7(b) sichtbaren kleinen Peaks mit einer Stärke von 0,01 mV sind ein Artefakt des EOMs.

Die Messungen in Abb. 2.7 können genutzt werden, um Δ_{FSR} zu ermitteln. In den beiden Abbildungen wurde bereits die x-Achse von gemessener Zeit in Frequenzen in Einheiten von Δ_{FSR} übersetzt. Aus den rohen Zeitdaten lässt sich die FSR über die Relation

$$\Delta_{\text{FSR}} = \Delta f_{\text{Seitenband}} \frac{\Delta t_{\text{Carrier}}}{\Delta t_{\text{Seitenband}}} \quad (2.12)$$

⁹ Zwar ist die Linienbreite des Resonators nicht durch eine Lebensdauer bedingt, wie zum Beispiel bei Atomübergängen, aber Temperatur- und Druckveränderungen, sowie akustische Schwingungen können die Länge des Resonators und damit seine Resonanzfrequenzen beeinflussen. Der verwendete Resonator befindet sich daher in einer temperaturstabilisierten Vakuumkammer und ist aus ULE (*ultra-low expansion*) Glas mit einer Länge von 100,1 mm angefertigt. Die Temperatur der *ultra-low expansion* (ULE) Cavity ist auf einen Nullpunkt des thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Glases. Die Zero-Crossing-Temperatur der Cavity liegt bei 30,5 °C [21]. eingestellt, sodass durch eine minimale Temperaturveränderung im Labor fast kein Referenzfrequenzdrift zu erwarten ist.



(a) Transmission der Cavity. Die Peaks haben einen Abstand von $(1\,492 \pm 7)$ MHz. (b) Transmission der Cavity mit modulierten Seitenbändern bei $\Delta f = 400$ MHz.

Abbildung 2.7: Transmission des Resonators mit Finesse $F = (28\,600 \pm 300)$ bei einem Scan des Lasers über einen FSR.

bestimmen. Die Grundannahme hierfür ist allerdings, dass der Scan des Lasers eine konstant ansteigende Frequenz besitzt. Mit dem Auge ist zu erkennen, dass in Abbildung 2.7(b) der Abstand der linken beiden Seitenbänder größer ist als der Abstand der Seitenbänder des zweiten Transmissionspeaks. Dies liegt an Hystereseeffekten der Piezos. Diese Fehlerquelle ist deutlich größer als andere Fehlerquellen, z.B. die Rise-time der Photodiode. Zur Berechnung wurde ein Mittelwert der beiden für $\Delta t_{\text{Seitenband}}$ ermittelten Zeiten verwendet, der Fehler wurde über Gaußsche Fehlerfortpflanzung abgeschätzt. Es ergibt sich:

$$\Delta_{\text{FSR}} = (1\,492 \pm 43) \text{ MHz}. \quad (2.13)$$

Dieses Ergebnis besitzt nur 0,3 % Abweichung zum theoretisch ermitteltem Wert $\Delta_{\text{FSR, theo}} = 1\,497$ MHz, welcher mittels der Länge der Cavity aus [21] und der Formel 2.2 berechnet wurde.

Eine weitere, genauere Möglichkeit Δ_{FSR} zu messen, wäre direkt die mittels EOM und Rf-Quelle generierten Seitenbänder so zu wählen, dass deren Peaks mit den Transmissionspeaks des Carriers übereinstimmen. Mit dieser Methode könnte man Δ_{FSR} direkt messen und den Fehlerfaktor des nichtlinearen Scans eliminieren. Diese Messung wurde nicht durchgeführt.

2.3.2 Feedbackschleife und FALC

Das Ziel der Feedbackschleife ist es, eine Regelgröße (in diesem Fall die Laserfrequenz) konstant zu halten. Diese Regelgröße wird von einer oder mehreren Störgrößen $z(t)$ beeinflusst und muss ständig nachgeregelt werden. Dazu muss eine Stellgröße $y(t)$ variiert werden. Der Wert der Stellgröße $y(t)$ ergibt sich aus einer Regeldifferenz $e(t)$, welche die Differenz aus einem Istwert $x(t)$ und einem Sollwert $w(t)$ ist. Bei dem Pound-Drever-Hall-Verfahren ist die Regeldifferenz $e(t)$ das Errorsignal. Damit es nicht zu Übersteuerungen oder Oszillationen in der Regelgröße kommt, modifiziert man über mehrere Elemente die Regeldifferenz $e(t)$ zur Stellgröße $y(t)$. Diese ergibt sich aus Proportionalanteilen (P), Integralanteilen (I) und Differentialanteilen (D). Die Stellgröße hat also die Form

$$y(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt}, \quad (2.14)$$

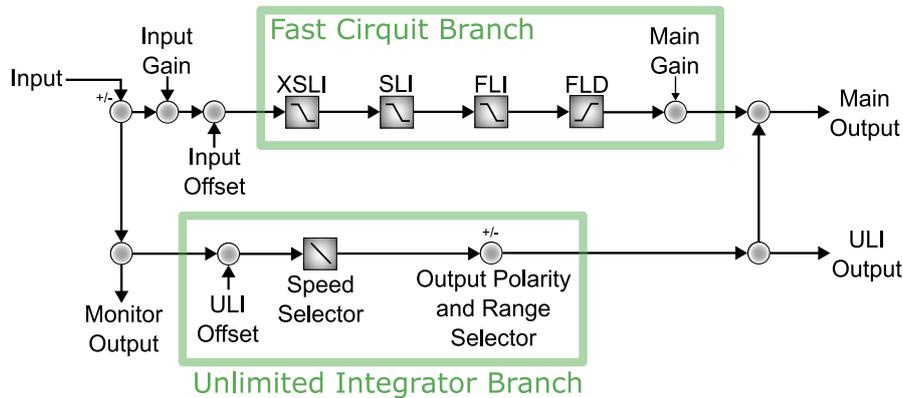


Abbildung 2.8: Funktionsweise und Einstellpunkte im schnellen und langsamen Zweig des *FALC 110*.

wobei K_p, K_i, K_d Beiwerte zum P-, I- und D-Anteil sind [26].

Um das durch das PDH-Verfahren erhaltene Errorsignal in das Feedback umzuwandeln, das auf den Laser gegeben werden kann, wird also ein PID-Controller benötigt.

Der verwendete PID-Controller ist der *FALC 110 (Fast Analog Linewidth Control)* der Firma *TOP-TICA Photonics AG*. Die Funktionsweise und die Einstellpunkte des *FALCs* sind in Abbildung 2.8 abgebildet. Das PDH-Errorsignal kann unverarbeitet über den Monitor Output abgegriffen werden und wird, nachdem es mit einem Offset und einer Verstärkung versehen wurde, getrennt in zwei Zweigen (*Branches*) verarbeitet. Der schnelle Zweig besteht aus drei Integrierern (*Extra Slow Limited Integrator (XSLI, Grenzfrequenz ~ 1 Hz)*, *Slow Limited Integrator (SLI, Grenzfrequenz ~ 5 kHz)*, *Fast Limited Integrator (FLI, Grenzfrequenz ~ 700 kHz)*) und einem Differenzierer (*Fast Limited Differentiator (FLD, Grenzfrequenz ~ 200 kHz)*). Diese wirken nur über eine limitierte Zeitdauer. Die Grenzfrequenzen liegen hierbei im kHz-Bereich. Über Schalter am *FALC* können die Frequenzen der einzelnen Bauteile schrittweise variiert werden. Der langsame Zweig besteht aus einem *Unlimited Integrator (ULI)*. Dieser gleicht Langzeitdrifts aus, da er über die gesamte Laufdauer Abweichungen vom Istwert aufintegriert. Seine Integrations-Geschwindigkeit liegt bei ca. 100 (V/s)/V bezüglich des Errorsignals. Eine größere Output-Range ermöglicht das Ausgleichen von großen Drifts, aber es erhöht das Risiko, dass sich die Laserfrequenz stark verschiebt, wenn der Laser aus dem Lock fällt. Dies ist nicht immer gewollt. Informationen über die Grenzfrequenzen und technische Details finden sich in [27].

2.3.3 Optimierung der Locks

Maßgeblich für die Güte eines einzelnen Laser-Locks ist das Verhalten des PDH-Errorsignals. Im Folgenden wird die Optimierung des PDH-Locks der HQO- und RQO-Rydbergglaser gezeigt.

2.3.3.1 Schritt 1: Justierung der Phase und des Offsets

Zuerst wird, während der Laser im ca. 50 MHz-Bereich gescannt wird und der Main Gain auf 0 gesetzt ist, das Errorsignal ungefiltert bzw. über einen Lowpass betrachtet. Über Justierung der PDH-Modulation-Phase wird versucht, ein möglichst symmetrisches Errorsignal zu erhalten. Dieses zeichnet sich dadurch

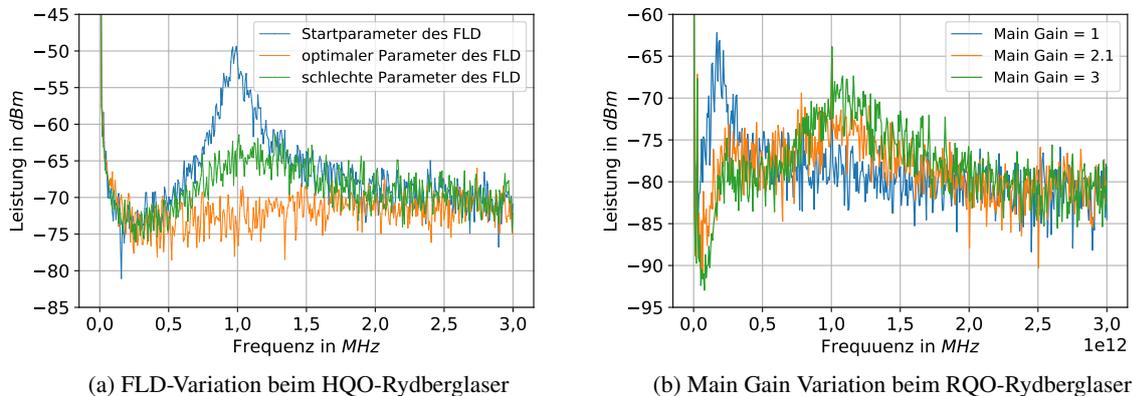


Abbildung 2.9: Servobumps im Spektrum des PDH-Errorsignals. Jeweils die orangene Messung wurde mit den insgesamt am besten gefundenen Parametern durchgeführt. Bei den beiden weiteren Messungen wurde nur der angegebene Parameter variiert.

aus, dass bei der Carrierfrequenz und den beiden Seitenbändern jeweils nach unten und oben gleich hohe Ausschläge zu sehen sind.

Anschließend wird der Main Gain erhöht und der Scan verringert, bis der Laser lockt. Der Input-Offset wird währenddessen so angepasst, dass das Errorsignal um Null zentriert ist. Die gefundenen Signale sind im Kap. 2.4, Abb. 2.10 und 2.11, zu sehen.

2.3.3.2 Schritt 2: Optimierung der Parameter des schnellen Zweigs

Nun wird das Feedbacksignal aus dem Errorsignal durch weitere Optimierung mit dem PID-Controller erzeugt. Verschiedene Parameter werden ausgewählt und es wird versucht, im gelockten Zustand die Amplitude des Errorsignals zu verringern und die Transmission durch die Cavity zu maximieren. Eine besonders effiziente Art der Optimierung ist die Analyse des Spektrums des Errorsignals. Dieses kann mit dem *Keysight Spectrum Analyzer N9332* bis 3 MHz mit einer Bandbreite von 300 Hz gut beobachtet werden. Frequenzen im Bereich der Bandbreite der Elektronik sollen beginnend bei den niedrigsten Frequenzen unterdrückt werden. In Abb. 2.9 ist dieser Vorgang für die beiden Laser visualisiert. In Abb. 2.9(a) ist dieser Vorgang für den Fast Limited Differentiator (FLD) des HQO-Rydbergglasers zu sehen. Bei optimal gewählten FLD ist der Servobump komplett unterdrückt. In Abb. 2.9(b) ist dieser Vorgang für den Main Gain des RQO-Rydbergglasers zu sehen. Hier ist das Finden des optimalen Parameters deutlich schwieriger und ein Kompromiss. Bei verschiedenen Main Gain-Parametern sind verschiedene Frequenzen im Errorsignal dominant. Bei kleinem Gain taucht ein Peak bei ca. 100 kHz auf, bei großem Gain ein Peak bei ca. 1 MHz. Ziel ist es, die kleinen Frequenzen so weit wie möglich zu unterdrücken und zu großen Frequenzen zu schieben. Bei einem Gain von 2,1 ist ein guter Mittelweg gefunden. In diese Entscheidung fließt auch die Amplitude des Errorsignals mit ein. Hier muss ein Wert unter der Instabilität gefunden werden. Bei Werten unter einem Gain von 2,5 liegt die Peak-to-Peak-Voltage bei ca. 25 mV. Über 2,5 nimmt diese drastisch zu und steigt auf ca. 100 mV. Dies entspricht größeren schnellen Frequenzfluktuationen.

2.3.3.3 Schritt 3: Langzeitsdrifts über den ULI unterdrücken

Ist der Laser bereits über den schnellen Feedback-Zweig gelockt, kann der ULI auf zwei Wegen optimiert werden. Zuerst kann, während der Laser gescannt wird, bei einer mittleren Slew-Rate der ULI für einige Sekunden eingeschaltet werden. Man beobachtet ein starkes Wegdriften des Transmissionspeaks auf dem Oszilloskop, wenn der ULI-Offset nicht richtig eingestellt ist. Der Offset ist grobjustiert, wenn der Transmissionspeak bei eingeschaltetem ULI stationär bleibt.

Eine Feinjustierung erfolgt im gelockten Zustand. Der Offset wird so eingestellt, dass das Errorsignal symmetrisch um 0 mV ist. Typischerweise bleibt hierbei ein fluktuierender Restoffset unter $100 \mu\text{V}$ bestehen.

2.4 Charakterisierung des PDH-Errorsignals

Entscheidend für die Güte des Locks ist - neben der Minimierung äußerer Störeinflüsse - die Form des Errorsignals. Die Form des Errorsignals wurde bereits theoretisch in Formel 2.10 hergeleitet. Dieses kann betrachtet werden, während der Laser gelockt ist oder während der Laser gescannt wird.

Das Errorsignal des gelockten Lasers sollte eine möglichst geringe Amplitude und im Spektrum wenige, niedrige Frequenzpeaks aufweisen. Durch diese beiden Kriterien wurde der Lock in Kap. 2.3.3.2 optimiert.

Weitere Informationen erhält man aus dem Errorsignal, wenn man den Laser um die Referenzfrequenz scannt, aber kein Feedback auf den Laser gibt, also während der Laser nicht gelockt ist. Dies kann beispielsweise dadurch erreicht werden, indem man das Kabel zwischen Main Output des *FALCs* und dem Laser entfernt.

Im Folgenden wird das Errorsignal des RQO-Rydberglasers analysiert, welches aufgrund des fast identischen Aufbaus über sehr ähnliche Charakteristika wie das des HQO-Rydberglasers verfügt. Betrachtet man zuerst das nach Formel 2.10 berechnete und in Abb. 2.4 geplottete Errorsignal über eine FSR (s. Abb. 2.10), so sieht man im Abstand von 25 MHz neben dem Carrier deutlich die Modulationen. Das gemessene Errorsignal zeigt ein sehr großes Rauschen. Dieses Rauschen kann teilweise dadurch erklärt werden, dass mit einer sehr geringen Intensität (ca. $90 \mu\text{W}$) in die Cavity eingekoppelt wird. Dies führt zu einem sehr schwachen reflektierten Signal und einem großen Signal-Rausch-Verhältnis.

Ein ähnlicher Verlauf im Vergleich zum Errorsignal wird durch Einbauen eines Tiefpasses deutlich. Betrachtet man den Main Output des *FALCs* (s. Abb. 2.8), also das Feedbacksignal auf den Laser, so sieht man annähernd den theoretisch vorhergesagten Verlauf (vgl. Abb. 2.4). Diese Verbesserung des Locks kann durch die optimierten Integrierer und Differenzierer im schnellen Zweig des *FALCs* erklärt werden. Ein großes Rauschen auf dem Errorsignal beeinträchtigt also nicht den Lock.

Bei gleichen Scan-Einstellungen kann auch ein kleiner Ausschnitt des Errorsignals betrachtet werden. Dies ist in Abb. 2.11 zu sehen. Es ist zu erkennen, dass das Maximum des Transmissionspeaks (hier auf 0 s gesetzt) im Vergleich zu seiner Ausdehnung gut mit dem Nulldurchgang der einzelnen Signale übereinstimmt. Das Errorsignal hat einen Nulldurchgang ein wenig vor der Position des Maximums, daher resultiert für das Feedbacksignal ein geringer Offset von 0,06 a.u.. Dieser konnte nicht durch Variation des Input Offsets behoben werden. Wie in Abb. 3.5 gezeigt wird, äußert sich dieser nicht negativ in der Langzeitstabilität des Locks. Das vom *FALC* erzeugte Feedbacksignal besitzt genau einen

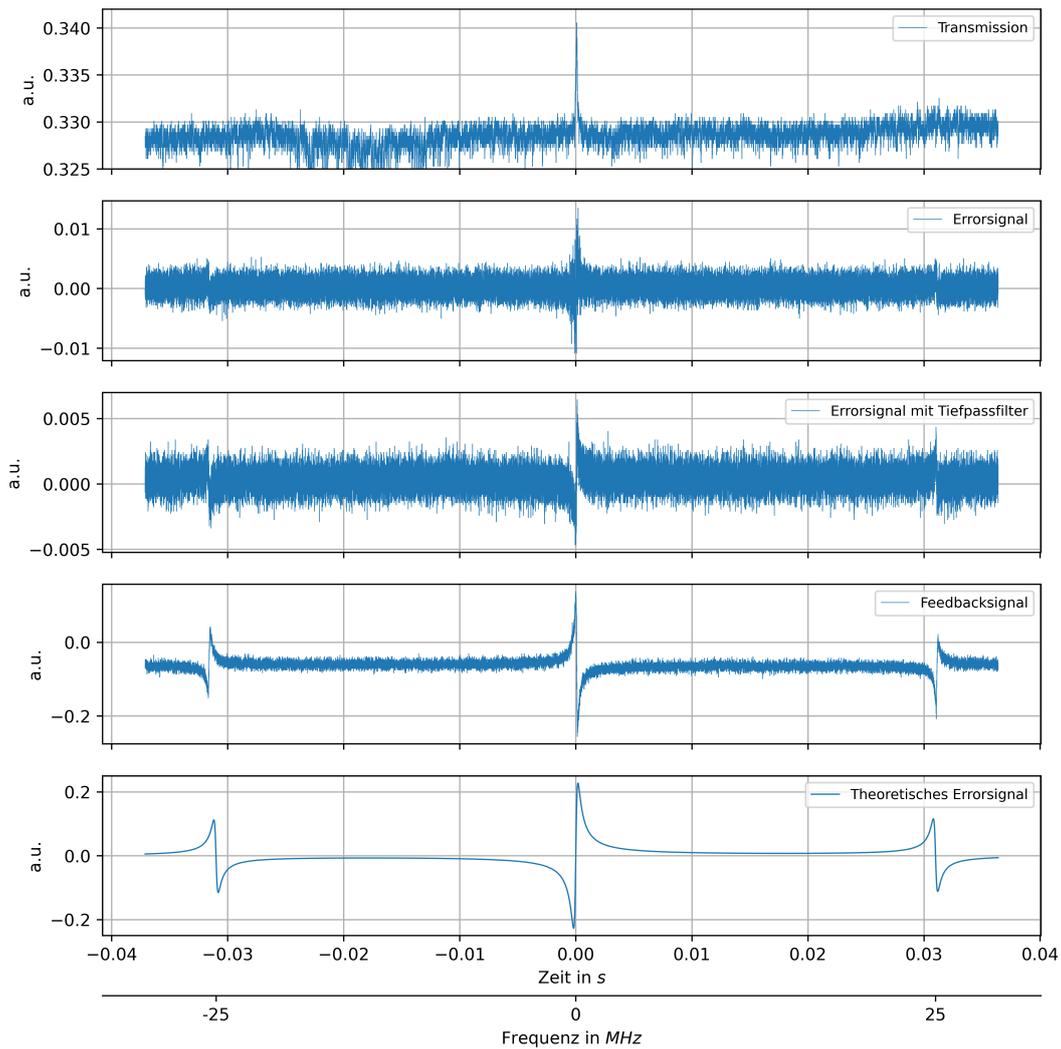


Abbildung 2.10: Kontrollsignale beim Locken auf den 960 nm-Rydberg Lasers des RQO-Experiments. Abgebildet sind Transmission, PDH-Errorsignal mit und ohne Lowpass-Filter, der Main Output und das theoretische Errorsignal, während der Laser gescannt wird. Das Feedback-Signal wurde in dem *PDH-Detection-Modul* invertiert und erscheint daher gespiegelt.

Phasenversatz von π (dies entspricht gespiegelt), da der *Inverting-Input* des *PDH-Detection-Moduls* verwendet wurde.

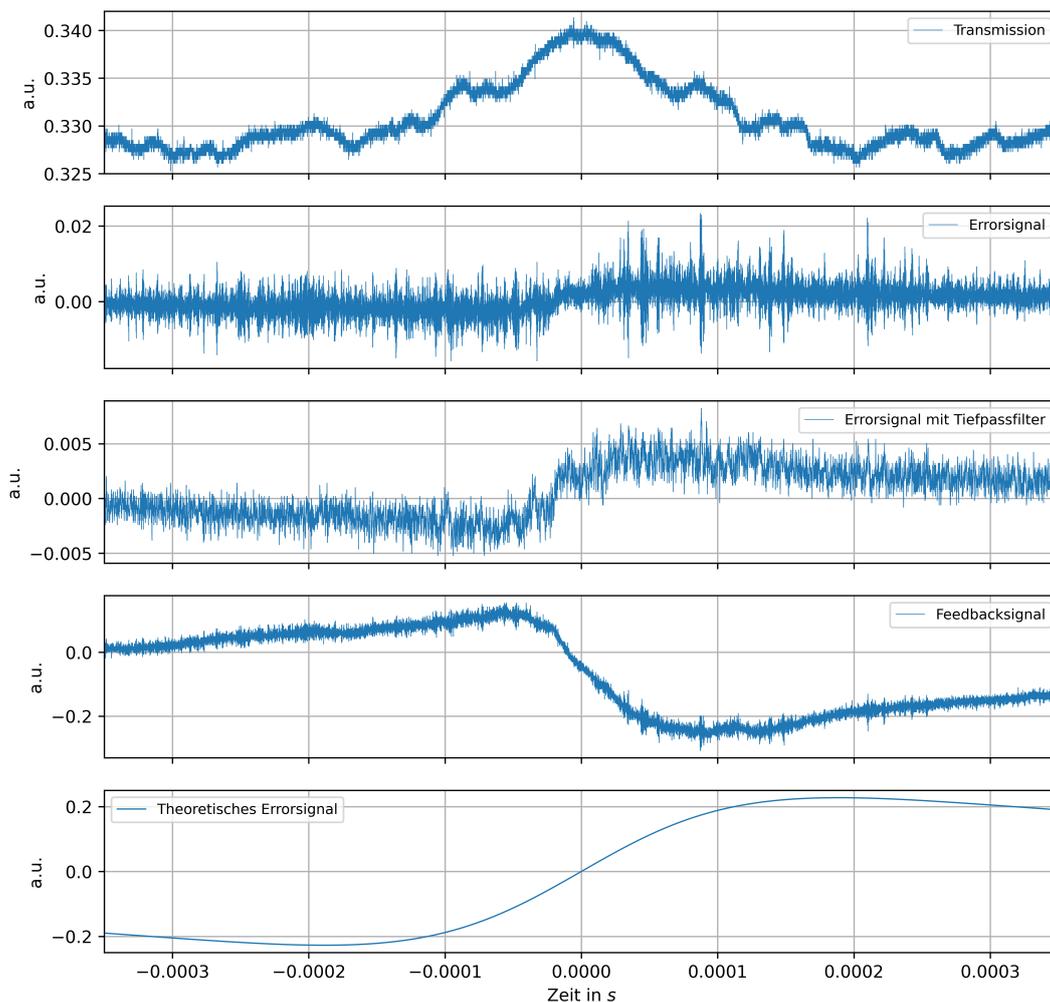


Abbildung 2.11: Kontrollsignale wie in Abb. 2.10 beim Locken auf den 960 nm-Rydberg Lasers des RQO-Experiments, während der Laser über einen deutlich kleineren Bereich gescannt wird.

Die Capture-Range, welche die Frequenzspanne der linearen Flanke (vgl. Formel 2.11) des Errorsignals angibt, kann aus Abb. 2.11 abgelesen werden und beträgt

$$\text{Capture-Range} = (80 \pm 11) \text{ kHz} . \quad (2.15)$$

Dies reicht aus, um alle beobachteten Drifts zu korrigieren.

2.5 Cavity-Ringdown-Messung (CRM) zur Bestimmung der Finesse \mathcal{F}

Der nötige Aufbau, um die ULE-Cavity vollständig zu charakterisieren, ist nun vorhanden. Wenn der Laser gelockt ist, kann stabil in die Cavity eingekoppelt werden. Die Güte bzw. die Finesse der Cavity bestimmt, wie lange sich nach einem Ausschalten des eintreffenden Feldes E_{in} noch Photonen in der Cavity aufhalten, bevor sie reflektiert oder transmittiert werden (vgl. Abb. 2.2).

Über die Bestimmung der mittleren Zerfallszeit τ (s. Kap. 2.1.2) durch Messen des exponentiellen Abfalls der Transmission (vgl. Formel 2.4) des 960 nm-Rydberg-Lasers nach Ausschalten von E_{in} können über die Formeln 2.2 und 2.5 die Finesse \mathcal{F} und die Reflexivität R als wichtige charakteristische Größen des Resonators bestimmt werden.

Der exponentielle Abfall des Lichtes in der Grundmode des Resonators kann beobachtet werden, wenn die resonante Einkopplung von Licht deutlich schneller unterbrochen wird, als die Abfallszeit des transmittierten Signals. Dazu wird der EOM über die Software deaktiviert, sodass die modulierten Seitenbänder verschwinden. Da diese resonant zur Cavity sind und in diese eingekoppelt waren, fällt der Laser aus dem Lock.

Zur Aufzeichnung des Signals wird ein Oszilloskop¹⁰ mit hoher Auflösung verwendet. Auf das Cavitysignal wird getriggert.

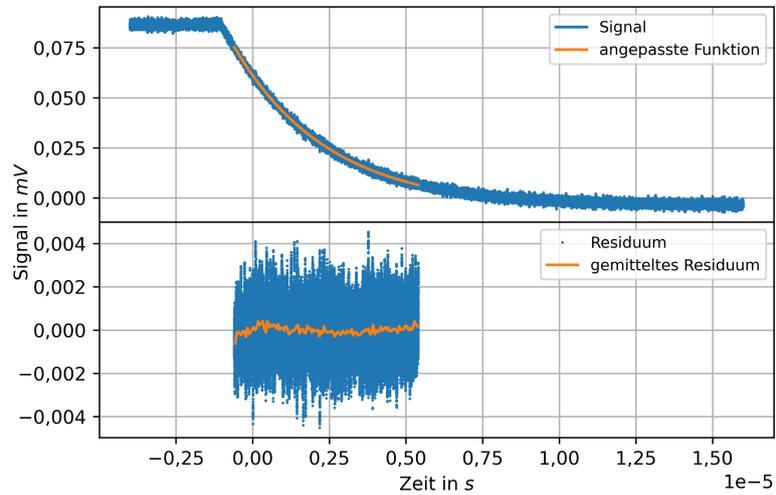
In Abb. 2.12 ist das Verhalten des reflektierten und transmittierten Signals zu sehen. Insgesamt wurden 40 exponentielle Abfälle aufgezeichnet und jeweils im Bereich von 400 ns bis 6400 ns nach dem Ausschalten gefittet. Die Messungen ergeben

$$\mathcal{F}_{960} = (28\,600 \pm 300) \quad \text{und} \quad 1 - R = (109 \pm 1) \cdot 10^{-6}. \quad (2.16)$$

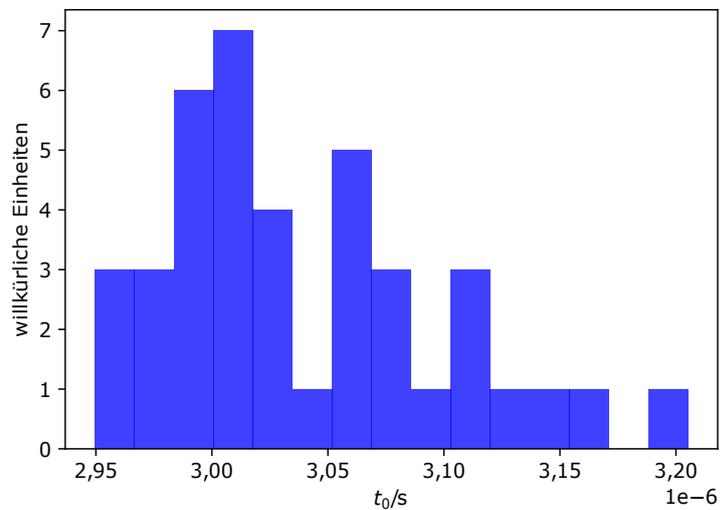
Im Jahr 2017 wurde die Finesse dieser Cavity bereits vom RQO-Team ermittelt. Damals lag ihr Wert bei 23 648. Zu diesem Wert zeigt die neue Messung eine Abweichung von 21 %. Die Größe dieser Abweichung ist allerdings aufgrund der Streuung der Messwerte dieser zweiten Cavity-Ringdown-Messung (vgl. Abb. 2.12(b)) nicht unerwartet. Schwerwiegende systematische Fehlerquellen sind nicht zu erkennen: Es ist aufgrund der guten Korrelation (bzw. den kleinen Residuen) zwischen Exponentialfunktion und Datenpunkten (s. Abb. 2.12(a)) davon auszugehen, dass der EOM deutlich schneller ist als τ , da man von dem EOM keinen exponentiellen Abfall erwartet. Auch die Photodiode besitzt eine um Größenordnungen kleinere Rise-Time von 2,3 ns.

Julia Gamper hat im Dezember 2021 bei 780 nm einen um 33 % kleineren Wert von $\mathcal{F}_{780} = (21\,500 \pm 200)$ gemessen [12]. Der jetzt ermittelte höhere Wert kann auf die höhere Reflexivität der Spiegel bei 960 nm zurückgeführt werden. Dies stimmt auch mit den Herstellerangaben [21] überein. Die aus der Finesse bestimmte Reflexivität zeigt eine Abweichung von 5 % zu dem vom Hersteller ermitteltem Wert $1 - R_{\text{Theo}} = (115 \pm 5) \cdot 10^{-6}$.

¹⁰ LeCroy WavePro HD



(a) Exponentieller Abfall der Transmission der Cavity mit Anpassung, welche während der Cavity-Ringdown-Messung beobachtet wurde. Unten sind die Residuen und eine Mittelung der Residuen von 100 Messpunkten geplottet.



(b) Verteilung der gemessenen Abfallszeiten in einem Histogramm. Erwartet wird eine Gaußverteilung der Messwerte. Zu sehen ist, dass alle Messwerte in einem ähnlichen Zeitintervall liegen.

Abbildung 2.12: Beispielsignal und Ergebnisse der Cavity-Ringdown-Messung.

Überprüfung der Stabilität des Locks mit einer Beat-Note

In Kap. 2 wurden die Laser über das PDH-Verfahren frequenzstabilisiert. Es konnte beobachtet werden, dass das Errorsignal klein ist, der Lock relativ stabil gegenüber akustischen Störungen ist und die Laser über lange Zeiträume gelockt bleiben. Daher ist davon auszugehen, dass die Laser eine schmale Linienbreite haben und wenig über die Zeit driften. Genaue quantitative Aussagen sind ohne weitere Messungen nicht möglich. Diese werden im Folgenden durchgeführt.

Als ein Verfahren zur Verifizierung der Güte der Laserstabilisierung mittels PDH-Verfahren wird eine *Optical-Heterodyne-Detection*¹ durchgeführt. Voraussetzung für dieses Verfahren ist, dass zwei Laser bei fast identischer Wellenlänge verglichen werden können. Während die Laser selbst Frequenzen von einigen Hundert THz haben und somit nur schwer auf ihre exakte Frequenz und Linienbreite untersucht werden können, hat das Signal einer Beat-Note, welches die Frequenz der Differenz zwischen den Frequenzen zweier - auf ähnliche Frequenzen gelockter - Laser besitzt, eine deutlich geringere Frequenz. Diese kann gut von Oszilloskop und Spektrum-Analyzer detektiert werden. Als Referenzlaser für die Locks der beiden HQO-Laser dienen der Masterlaser und der Rydberg-Laser des RQO-Experiments. Diese beiden Laser sind unabhängig von den HQO-Lasern gelockt.

In diesem Kapitel wird zuerst die Theorie der *Heterodyne-Detection* (vgl. Kap. 3.1) und der experimentelle Aufbau des Beat-Note-Setups (vgl. Kap. 3.2) beschrieben. Im Folgenden werden die Messungen und deren Ergebnisse zuerst für die beiden 780 nm-Masterlaser (vgl. Kap. 3.3.1) und dann für die beiden 960 nm-Rydberg-Laser (vgl. Kap. 3.3.2) präsentiert.

3.1 Theoretischer Hintergrund der *Optical-Heterodyne-Detection*

Nimmt man beide Laser als ideale, monofrequente Laser mit den elektrischen Feldamplituden E_1 und E_2 , den Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 und der relativen Phase ϕ an, so misst man in der Überlagerung

¹ Es existieren auch noch weitere Verfahren zum Bestimmen der Linienbreite wie z.B. die *Self-Heterodyne-Detection*. Mehr zu dieser Methode kann in [28] nachgelesen werden. Bei dieser Methode wird eine Referenzfrequenz erzeugt und auch mit dem Laser verglichen. Da unsere Laser aber über eine hohe Kohärenzzeit verfügen, wären sehr lange Fasern notwendig. Die *Heterodyne-Detection* hat im Vergleich zur *Self-Heterodyne-Detection* den Vorteil, dass diese zwei komplett unabhängige Frequenzen aus verschiedenen Systemen, die räumlich getrennt sind, vergleicht.

folgende Intensität

$$\begin{aligned} I_{\text{PD}}(t) &\propto [E_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + E_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \phi)]^2 \\ &= E_1^2 \cdot \cos^2(\omega_1 t) + E_2^2 \cdot \cos^2(\omega_2 t + \phi) + 2E_1 E_2 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t + \phi) \\ &= I_1(t) + I_2(t) + I_{\text{RF}}(t) \end{aligned}$$

an der Photodiode. Die optischen Oszillationen in I_1 und I_2 können von einer Photodiode nicht aufgelöst werden². Diese beiden Terme sind folglich im zeitlichen Mittel konstant. Die Informationen, die wir aus der Schwingung gewinnen wollen, sind in der langsam oszillierenden RF-Komponente

$$I_{\text{RF}}(t) \approx E_1 \cdot E_2 \cdot \cos((\omega_1 - \omega_2)t - \phi) \quad (3.1)$$

enthalten. Der schnell oszillierende Teil von I_{RF} wurde hier vernachlässigt, da erneut die Bandbreite der Photodiode nicht ausreicht, um diesen zu detektieren. Die Differenz $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ ergibt die Schwebungsfrequenz $\Delta\nu = \Delta\omega/(2\pi)$ [30].

Nun kann man die spektrale Leistung $S_{\text{Analyzer}}(\omega)$ der RF-Strahlung³ $I_{\text{RF}}(t)$ messen. Die Leistung $S_{\text{Analyzer}}(\omega)$ ergibt sich nach dem Wiener-Khinchin Theorem [31] aus der Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion [32]

$$G_{\text{Analyzer}}(\tau) \propto \langle I_{\text{RF}}(t) I_{\text{RF}}(t + \tau) \rangle \propto \langle E_{\text{RF}}^*(t) E_{\text{RF}}^*(t + \tau) E_{\text{RF}}(t) E_{\text{RF}}(t + \tau) \rangle. \quad (3.2)$$

Intensität und Feldstärke hängen über $I \propto |E|^2$ zusammen. Nach Fouriertransformation erhält man

$$S_{\text{Analyzer}}(\omega) \propto \int_0^\infty d\tau \langle E_{\text{RF}}^*(t) E_{\text{RF}}^*(t + \tau) E_{\text{RF}}(t) E_{\text{RF}}(t + \tau) \rangle \cos(\omega\tau). \quad (3.3)$$

Es ergibt sich eine Resonanz bei der Schwebungsfrequenz $\Delta\nu$.

Reale Laser weisen allerdings Fluktuationen in Phase und Amplitude auf (vgl. Kap. 2.1.1). Das Phasenrauschen (s. Formel 2.1) ist deutlich kleiner als die relative Phase der Laser (also die Differenz $\Delta\omega$). Setzt man $E_{\text{RF}} = E_1 + E_2$ in Formel 3.2 ein, folgt nach einigen Rechenschritten [32] die Autokorrelationsfunktion

$$G_{\text{Analyzer}}(\tau) \propto \cos(2\pi\Delta\nu\tau) \exp(-\langle [\Delta\phi(\tau)]^2 \rangle). \quad (3.4)$$

Die Größe $\Delta\phi$ (vgl. Formel 2.1) fasst hier die Frequenzbreiten beider Laser zusammen und setzt sich aus den unabhängigen Phasenfluktuationen $\Delta\phi_1(t)$ und $\Delta\phi_2(t)$ der einzelnen Laser zusammen. Mit verschiedenen Annahmen für $\phi(t)$ kann man $S_{\text{Analyzer}}(\omega)$ theoretisch vorhersagen und in verschiedene Komponenten unterteilen [32].

Man unterscheidet zwischen den frequenzunabhängigen Fluktuationen bzw. *White Noise* aufgrund von Quantenfluktuationen und einem $1/f$ -Rauschen, welches hauptsächlich technisch bedingt ist und z.B. auf akustische und thermische Störungen zurückzuführen ist. Die Überlagerung dieser beiden führt zu einem Voigt-Profil. Ausführliche Berechnungen finden sich in [20]. Das Voigt-Profil ist eine Faltung aus

² Verwendet wird später die PDA10A2 [29].

³ Für die Berechnung können die DC-Anteile als herausgefiltert angenommen werden.

einer Lorentzfunktion

$$S_{\text{Lorentz}}(\nu) \propto \frac{\Gamma}{\pi((\nu - \nu_0)^2 + \Gamma^2)} \quad \text{mit FWHM} = 2\Gamma \quad (3.5)$$

und aus einer Gaußfunktion

$$S_{\text{Gauß}}(\nu) \propto \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{mit FWHM} = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}. \quad (3.6)$$

Die Halbwertsbreite (FWHM) kann als Vergleich zwischen den beiden Profilen genutzt werden und ergibt sich jeweils aus den Parametern Γ und σ . Für die durchgeführten Anpassungen bei der Linienbreitenbestimmung wird eine auf der Faddeeva Funktion⁴ $w(z)$ basierende Voigt-Funktion verwendet [34]. Diese ergibt sich als

$$S_{\text{Voigt}}(\nu) \propto \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \Re [w(z)] \quad \text{mit } z = \frac{x + i\Gamma}{\sqrt{2}\pi} \quad \text{und mit FWHM} \approx 0.5346 \Gamma + \sqrt{0.2166 \Gamma^2 + \sigma^2}. \quad (3.7)$$

⁴ Die Faddeeva Funktion lautet: $w(z) := e^{-z^2} \operatorname{erfc}(-iz) = e^{-z^2} \left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt\right)$ [33].

3.2 Optischer Aufbau

Die spektrale Leistung S_{Analyzer} der Überlagerung der beiden Laser soll nun mittels Spektrum-Analyzer⁵ gemessen werden.

Dazu wird ein Beat-Note-Setup nach Abb. 3.1 aufgebaut. Die beiden frequenzstabilisierten Laserstrahlen, deren Frequenzunterschied im MHz-Bereich liegt und welche eine ähnliche Leistung von ca. 1 mW besitzen, werden aus Single Mode Fasern ausgekoppelt und durch ein Interferometer mit 50/50-Beam-Splitter geschickt. Die Überlagerung wird mit einer Photodiode⁶ beobachtet.

Eine gut beobachtbare Beat-Note entsteht, wenn sich die Laser räumlich überlagern, dieselbe Polarisation und den gleichen Strahldurchmesser besitzen. Um eine optimale Überlagerung zu erreichen, werden der RQO- und der HQO-Laser nach einem Beam-Splitter erneut in eine Polarization-Maintaining-Single-Mode Faser (Kontrollfaser) eingekoppelt.

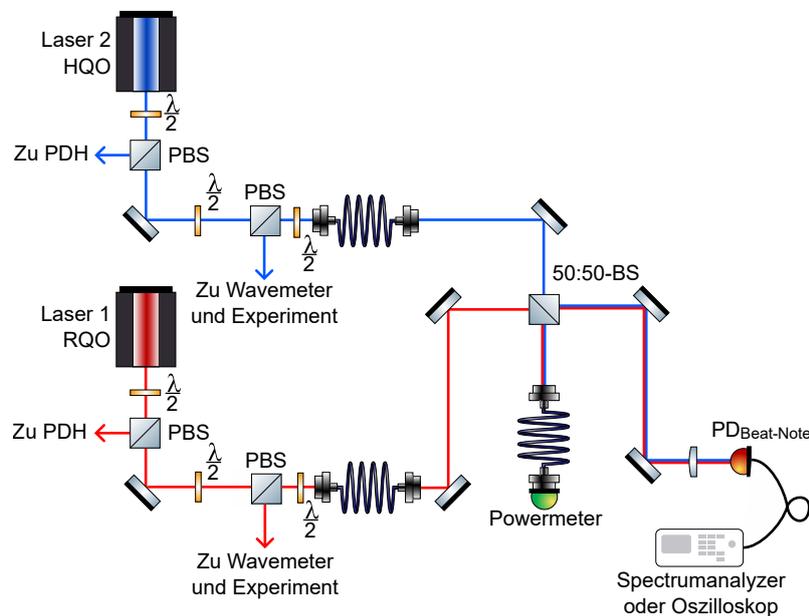


Abbildung 3.1: Optischer Aufbau des Beat-Note-Setups. Licht der beiden räumlich getrennten Laser wird über Fasern zum gemeinsamen Beat-Note-Setup geführt. Dort wird im *Free-Space* mithilfe eines 50/50-BS die Beat-Note erzeugt. Die Detektion erfolgt mittels Photodiode und die Analyse mittels Spektrum-Analyzer.

⁵ Keysight Spectrum Analyzer N9322C

⁶ Es wurde die Photodiode PDA10A2 verwendet. Diese Photodiode besitzt eine Bandbreite, die größer als die Schwebungsfrequenz $\Delta\nu$ ist [29].

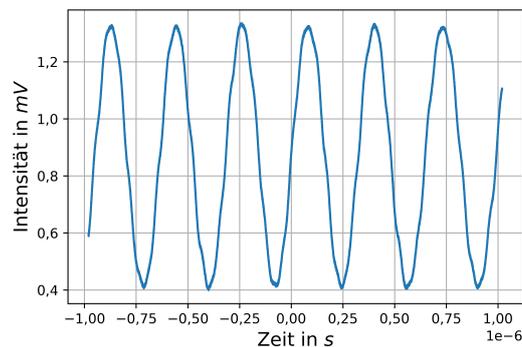


Abbildung 3.2: Beobachtete Beat-Note zwischen den beiden Masterlasern bei 780 nm.

3.3 Messungen und Analyse

Im Folgenden werden getrennt nach Lasern die Ergebnisse der Messungen mit dem Beat-Note-Setup präsentiert.

3.3.1 Beat-Note der 780 nm-Masterlaser

3.3.1.1 Beobachten der Beat-Note

Das Beat-Note-Signal der beiden Laser wird mithilfe eines Oszillators⁷, wie in Kap. 3.2 beschrieben, aufgenommen und dargestellt. Abbildung 3.2 zeigt eine beispielhafte Aufnahme.

In Abb. 3.2 ist die sinusförmige Schwebung aus Formel 3.1 zwischen den gelockten 780 nm-Lasern zu erkennen. Diese wird von der 20 MHz-Modulation der Laser, welche die Seitenbänder für die PDH-Methode erzeugt, überlagert. Die genauen Schwebungsfrequenzen können mittels Spektrumanalysator identifiziert werden⁸.

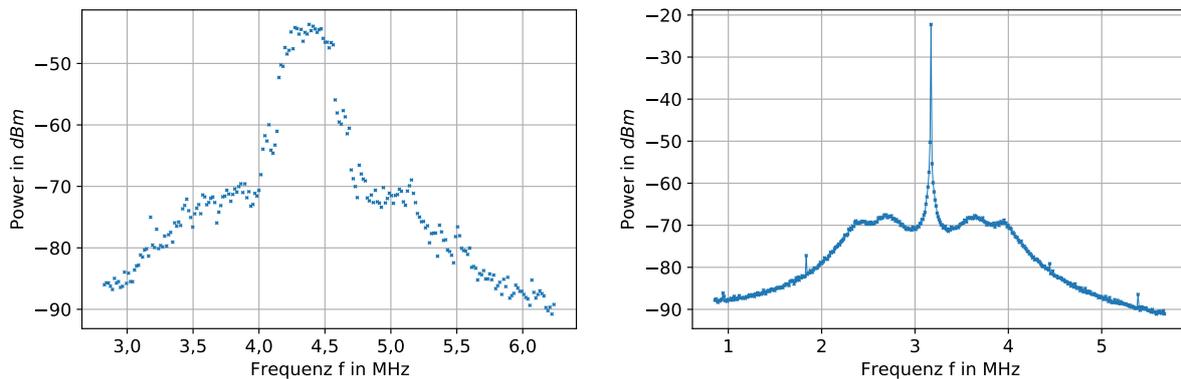
3.3.1.2 Beobachten des Spektrums der Beat-Note

Gibt man dieses Signal auf einen Spektrum Analyzer, erhält man das Spektrum der Schwebung.

In Abb. 3.3(a) ist die Beat-Note zu sehen für den Fall, dass einer der Laser nicht gelockt ist. Da dieser einige Größenordnungen größere Fluktuationen aufweist als der gelockte Laser, ergibt sich eine Linienbreite (FWHM) von ca. 500 kHz für den jeweils ungelockten Laser *DL pro*. Da im Experiment nur die deutlich schmalbandigeren, gelockten Laser verwendet werden, wird auf eine genauere Charakterisierung eines ungelockten Lasers verzichtet. Sind beide Laser gelockt (s. Abb. 3.3(b)), so erhält man einen sehr scharfen Peak. Dieser ist im Vergleich ca. um einen Faktor 500 schmaler, wie in Kap. 3.3.1.4 zu sehen ist. Im Abstand von ca. 1 MHz um die Beat-Note sind die Servobumps erkennbar. Deren Position ist charakteristisch für die Bandbreite der Feedbackschleife und korrespondiert mit den Peaks im Spektrum des Errorsignals (s. Kap. 2.3.3.2, Abb. 2.9).

⁷ Benutzt wurde der *LeCroy Wavepro HD*.

⁸ Dies ist für die Rydberg-Laser in Abb. 3.7(a) zu sehen.



(a) Beat-Note bei $\Delta\nu \approx 3$ MHz, während ein Laser nicht gelockt ist.

(b) Beat-Note bei $\Delta\nu \approx 3,15$ MHz, während beide Laser gelockt sind.

Abbildung 3.3: Aus den Fouriertransformationen der Schwebungen zwischen den Lasern ergeben sich Spektren der Beat-Notes der 780 nm-Masterlaser.

Das Spektrum einer Beat-Note kann in einem kleineren Frequenzintervall untersucht werden. Ein über 10 einzelne Messungen aufgenommenes Spektrum ist in Abb. 3.4 zu sehen. Hier wurde an das Beat-Note Spektrum eine Gauß-, eine Lorentz- und eine Voigt-Funktion (vgl. Kap. 3.1) angepasst. Auffallend ist, dass alle drei Anpassungen ein ähnliches Verhalten in den Residuen, also der Differenz von Fit und Messwert, haben. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Sweepzeit des Spectrum Analyzers und die Zeit zwischen den einzelnen Mittelungen größer ist als die kurzfristigen Fluktuationen bzw. der Drift der Laser. Besonders bei großen Gain-Werten war ein aggressives Verhalten des Locks zu beobachten. Hier wurden die Frequenzfluktuationen groß und es war eine große Aufspaltung der Peaks zu sehen.

Die abgebildete Beat-Note kann durch einen Voigt-Fit oder einen Gauß-Fit am besten angenähert werden, der Lorentz-Fit ist deutlich schmaler. Für andere Parameter des PIDs ist die Voigt-Funktion auch einem Lorentz-Profil sehr ähnlich. Für die folgenden Messungen wird immer ein Voigt-Profil verwendet, da dieses beide möglichen funktionalen Zusammenhänge abdeckt.

3.3.1.3 Quantitative Optimierung des Laser-Locks mittels Beat-Note

Das Beat-Note Signal kann auch genutzt werden, um die Effekte auf die Laserlinienbreite von verschiedenen Einstellungen des PID-Controllers des Laser-Locks quantitativ zu analysieren.

Julia Gamper hat den Laser-Lock des 780 nm-Lasers bereits, wie in Kap. 2.3.3 beschrieben, optimiert [12]. Untersucht wird nun, ob die Linienbreite des Lasers bei den von ihr gefunden, optimalen Parametern des PID-Controllers (s. Tab. 3.1) optimal ist, bzw. weiter verbessert werden kann.

Mit dem Spectrum Analyzer⁹ wurde das Spektrum mit einer Bandbreite von 10 Hz in einem Bereich von 20 kHz um die Beat-Note vermessen. Jeweils ein Parameter der Regelschleife wurde variiert und die anderen bis auf den Main Gain konstant gehalten. Anschließend wurde an jedes Spektrum ein Voigt-Profil wie in Abb. 3.4 gefittet. Als Kriterium für die Güte des Locks kann das FWHM und die Höhe des Peaks vom Beat-Note Signal auf dem Spektrum-Analyzer verwendet werden. Die einzelnen

⁹ Keysight Spectrum Analyzer N9332C

Tabelle 3.1: Optimale Parameter des PID-Controllers des 780 nm-HQO-Masterlasers. Für den Lock des Masterlasers wurde ein *FALC Pro* verwendet. In der GUI entsprechen I1, I2 und I3 den Integratoren und D1 und D2 zwei Differenzierern.

	I1	I2	I3	D1	D2	Gain
Wert nach Opt. mit PDH Errorsignal [12]	7 MHz	220 Hz	-	3,5 MHz	3,5 MHz	-12 dB
Wert nach Opt. mit Beat-Note	7 MHz	480 Hz	-	3,5 MHz	7,2 MHz	-11 dB

Messungen wurden verglichen¹⁰ und die final gefundenen Parameter sind in Tab. 3.1 zusammengefasst.

3.3.1.4 Messung der Linienbreite

Nachdem die Parameter des PID-Controllers optimiert wurden, soll nun die Linienbreite abgeschätzt werden. Hierzu wird erneut der Spectrum-Analyzer¹¹ verwendet. Er hat eine Bandweite von 10 Hz und eine Sweepzeit von 263,3 ms/1 kHz. Dies reicht aus, um die Beat-Note hinreichend genau aufzulösen. Um ein aussagekräftiges Ergebnis mit geringen Fluktuationen zu erzielen, wurden nicht nur Einzelmessungen,

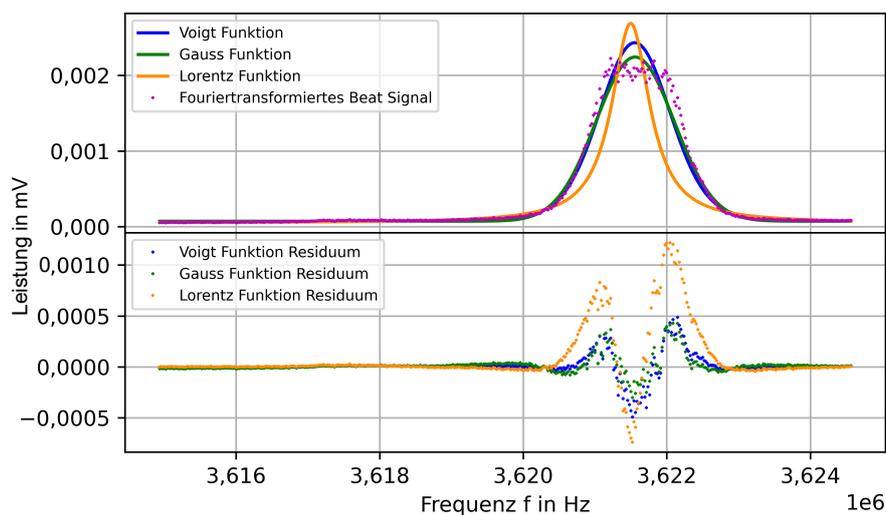


Abbildung 3.4: Beat-Note der 780 nm-Masterlaser gemittelt über 20 Spektren mit Anpassungen und deren Residuen bei den Parametern aus Tab. 3.1 und einem Gain von -8 dBm

Tabelle 3.2: Halbwertsbreiten des Voigt-Fits mit Gauß- und Lorentz-Anteilen bei verschiedenen Parametern.

	FWHM in Hz		
	Lorentz-Anteil	Gauß-Anteil	Voigt
Wert nach Optimierung mit PDH Errorsignal [12]	310 ± 20	1230 ± 30	1400 ± 30
Wert nach Optimierung mit Beat note	220 ± 10	1210 ± 20	1330 ± 170

¹⁰ Im Anhang in Abb. A.3 und A.4 sind einige der Ergebnisse der Messungen zu sehen. Festgestellt wurde, dass bei konstanten Laserleistungen die Höhe der Amplitude mit der Breite des FWHM korrespondiert. Für kleine FWHM und hohe Amplituden nimmt auch das Rauschen in der Umgebung der Beat-Note ab.

¹¹ Keysight Spectrum Analyzer N9332C

Tabelle 3.3: Optimierte Parameter des *Unlimited Integrators* des HQO Masterlasers.

Parameter	Input Offset	Output Range	Slew Rate	Gain
Wert nach Optimierung	0,2 mV	4,01 V	11	25 195,31 V/V/s

wie in Abb. 3.4 durchgeführt, sondern über mehrere Messungen gemittelt. An die einzelnen Spektren (vgl. Abb. 3.4) wurde ein Voigt-Profil gefittet. Der statistische Fehler ergibt sich aus dem Standardfehler des Mittelwertes. Aus dem Fit können außerdem auch die Teilbreiten des Gauß- und des Lorentzanteils der Voigtfunktion berechnet werden. Es wurden Messungen mit den Parametern vor und nach der weiteren Optimierung des Locks durchgeführt. Diese finden sich in Tab. 3.2.

Der Gaußsche Anteil des Fits am gemessenen Beat-Signal (also an der Linienbreite) ist deutlich größer als der Lorentzanteil. Es konnte eine leichte Verbesserung durch die zusätzliche Optimierung mit der Beat-Note erzielt werden. Allerdings ist die Streuung der Linienbreiten bei Verwendung der neuen Parameter deutlich größer als bei Verwendung der Parameter aus [12]. Diese Parameter sind außerdem unanfälliger gegenüber akustischen Störungen. Dieses sind auch Aspekte, die bei der Parameterwahl eine Rolle spielen.

3.3.1.5 Optimierung der Langzeitstabilität der Laser Locks

Eine Beat-Note eignet sich nicht nur, um die Linienbreite der Laser zu bestimmen, sondern auch besonders gut, um die Langzeitstabilität der Laser bzw. den *Unlimited-Integrator* zu optimieren, da durch die Beat-Note Frequenz die relative Lage der beiden voneinander unabhängigen Laserfrequenzen zueinander gegeben ist. Mithilfe von Langzeitmessungen wurde versucht, die optimalen Parameter des *Unlimited-Integrators* zu finden, bei denen die beiden voneinander unabhängigen Laser einen möglichst geringen Drift relativ zueinander aufweisen.

Zuerst wurden einige Testmessungen durchgeführt. Über einen Zeitraum von 16,5 Minuten wurde die jeweils über 10 Messwerte gemittelte Frequenz des Beatsignals¹² beobachtet. Es wurde gemittelt, um die kurzzeitigen Fluktuationen herauszufiltern. Einige der Messungen sind in Abb. 3.5 abgebildet. Ist der *Unlimited-Integrator* deaktiviert, können Drifts von bis zu 4 kHz pro Stunde auftreten. Mit den optimalen Parametern (s. Tab. 3.3) ist dieser Drift deutlich reduziert. Insgesamt weist das Signal nun über die gesamte gemessene Zeitspanne eine Drift von ca. 650 Hz mit einer Standardabweichung der Messpunkte vom Mittelwert von 120 Hz auf. Die Drift mit gut eingestellten Parametern folgt in dieser Zeitspanne nicht einem Trend in eine Richtung. Der *Unlimited Integrator* hat wenig Auswirkungen auf das kurzfristige Frequenzrauschen.

Die in Abb. 3.6 gezeigten Messungen wurden über einen deutlich längeren Zeitraum durchgeführt. Es wurden Frequenzdrifts in der Größenordnung von 10 kHz über 16 h aufgezeichnet. Gemessen wurden allerdings auch einzelne Frequenzverschiebungen, die deutlich größer sind, ohne dass die Parameter stark verändert wurden. Es konnte bis zum Ende nicht geklärt werden, wodurch diese Veränderungen herbeigeführt wurden. Es werden vier Erklärungsansätze gegeben, wobei nicht abschließend geklärt werden konnte, welche Faktoren ausschlaggebend sind:

¹² Gemessen wurde mit dem WavePro 404 HD. Da Langzeitdrifts isoliert werden sollen, wurde nur mit einer vergleichsweise schlechten Auflösung von 10 MS/s über 10 ms das Maximum getrackt und über die Trend Funktion dessen Position festgehalten. Es wurde die *x@max*- und die *trend*-Funktion verwendet.

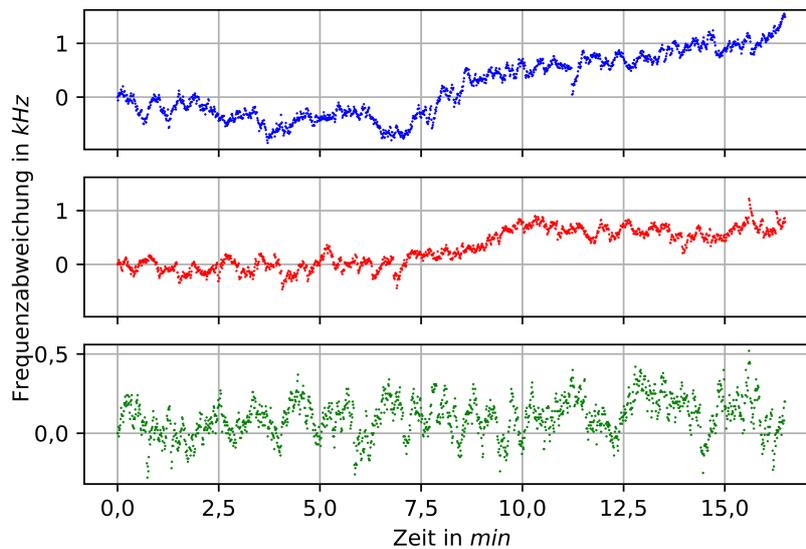


Abbildung 3.5: Frequenzdrift der 780 nm Laser in 16,5 Minuten. Das blaue Signal zeigt die Frequenzdrift bei ausgeschaltetem *Unlimited Integrator*, das rote Signal zeigt die Frequenzdrift bei Startparametern für die Optimierung des *Unlimited Integrators* und das grüne Signal bei den optimalen Parametern.

- **Raumtemperaturveränderung:** In den Laboren befinden sich Klimaanlage, welche über eine Feedbackschleife mit Temperatursensoren im Raum verbunden sind und die Temperatur konstant halten, und *out-of-loop* Temperatursensoren, mit denen die Temperatur unabhängig gemessen wird. Während im RQO-Teil des Labors die Temperaturstabilisierung optimiert ist, ist die Stabilisierung im HQO-Teil des Labors und auf den Gängen zwischen den Laboren, wo die Faser zur Beat-Note verläuft, nicht optimiert. An den letzten beiden Orten existieren Temperaturschwankungen, es konnte aber keine Korrelation zwischen Temperatur und Frequenzdrift festgestellt werden. Temperaturschwankungen verursachen vor allem durch Veränderung der mechanischen Spannung in den Single-Mode Fasern Polarisationsveränderungen. Diese wirken sich sowohl auf die Funktionsweise der EOMs als auch auf die polarisationsabhängige Überlagerung an der Beat-Note aus. Da die Fasern durch den ganzen Raum verlaufen und Temperaturschwankungen nur an einzelnen Punkten vermessen wurden, kann dies als Ursache für Drifts nicht ausgeschlossen werden, obwohl keine Korrelation gefunden wurde.
- **Polarisationserhalt in den Fasern:** Die Faser des Faser-EOMs lag während des Experiments nicht vollständig auf dem Tisch, sondern hing teils stark aufgerollt und teils lose zwischen zwei Optik-Tischen, sodass eine hohe Belastung auf die Auflagepunkte ausgeübt wurde. Der kleine Krümmungsradius und die Belastung kann zu einer Verschlechterung der Polarisationserhaltung führen, die sich über die Zeit ändert und im Zusammenspiel mit dem EOM und polarisationsabhängiger Optik zu einer Drift führt.
- **Einstellung der Polarisation mittels $\lambda/2$ -Plättchen vor dem EOM:** Falls die Polarisation vor dem EOM gut, aber nicht perfekt eingestellt ist, kann dieser zwar stabile Seitenbänder modulieren, aber trotzdem kann es zu *Residual-Amplitude-Modulation* kommen. Dadurch entsteht ein Offset im Fehlersignal, der prinzipiell kompensiert werden kann, aber durch den es zu unvorhersehbaren

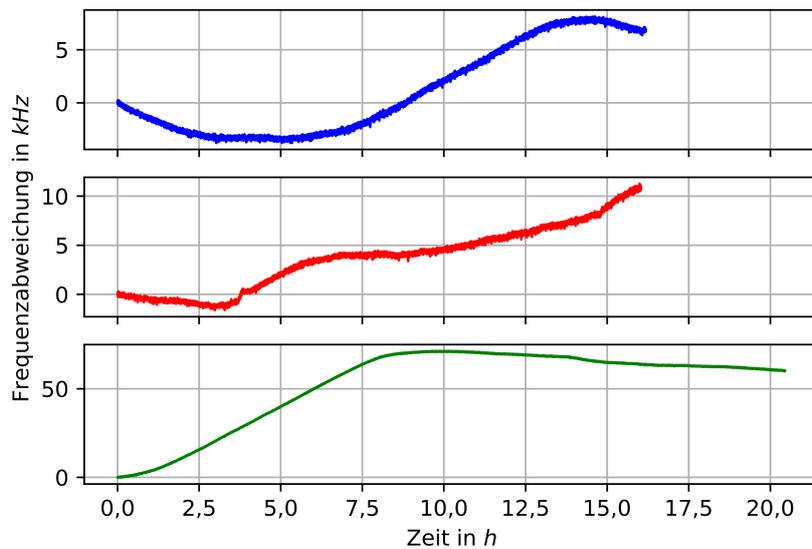


Abbildung 3.6: Beispiele für beobachtete Langzeittrends: Alle drei Kurven wurden mit den für gut befundenen Parametern aufgenommen. Die obere Kurve zeigt einen typischen Frequenzdrift. Die Amplitude der Oszillation beträgt 11 kHz. Bei der mittleren Abbildung folgte eine leichte Variation des ULI-Offsets, dies führte zu einem kontinuierlichen Wegdriften in eine Richtung. Trotz der Stabilisierung konnten nach dem Locken auch einige sehr große Drifts festgestellt werden, so z.B. der im unteren Drittel abgebildete mit einer Drift von 71 kHz über einen Zeitraum von 20 h.

Drifts kommt, wenn es leichte Veränderungen der Polarisation gibt [35].

- Feedback in den Laser durch Rückreflektionen: Exakt senkrecht zum Strahlengang aufgestellte Optik (z.B. Linsen, Spektroskopiezellen oder Photodioden) verursachen Reflektionen, welche den Strahlengang zurücklaufen und wieder in den Laser eindringen. Dieses Feedback verursacht Effekte wie Intensitätsrauschen, *Mode-Hop*-Phänomene und Kohärenzverlust [36]. Dies wirkt sich auf den PDH-Feedbackloop aus, z.B. führen Intensitätsschwankungen des Lasers direkt zu Veränderungen der Intensität des reflektierten Signals der Cavity.

Weitere Quellen des Driftes von 10 kHz können weitestgehend ausgeschlossen werden. Zu diesen zählt z.B. die Temperaturstabilisierung der Cavities und damit das Driften der Cavities, also der Referenzfrequenzen selber.

Die große Frequenzdrift in der unteren Messung in Abb. 3.6 ist erstaunlich, da die gemessene Drift von 71 kHz über 20 h in dergleichen Größenordnung liegt wie die Breite $\Delta_{1/2} = (69 \pm 2)$ kHz des Resonanzpeaks der Cavity¹³. In dieser Messung wird für die große Drift eine zu kurze Zeit zwischen Einschalten und Locken des Lasers verantwortlich gemacht. Wenn der Laser gelockt wird, ohne dass die Temperatur der Diode stabil ist, kann der Laser kurz nach dem Locken auf eine Seite des Resonanzpeaks driften. Wenn er dabei gelockt bleibt, kann ein kleiner Offset im Errorsignal dazu führen, dass die Frequenz sich kontinuierlich in eine Richtung bewegt, bis wieder ein stabiler Lockpunkt erreicht ist. Auch in der unteren Messkurve in Abb. 3.6 wird nach ca. 8 h eine ähnlich stabile Frequenz wie in den

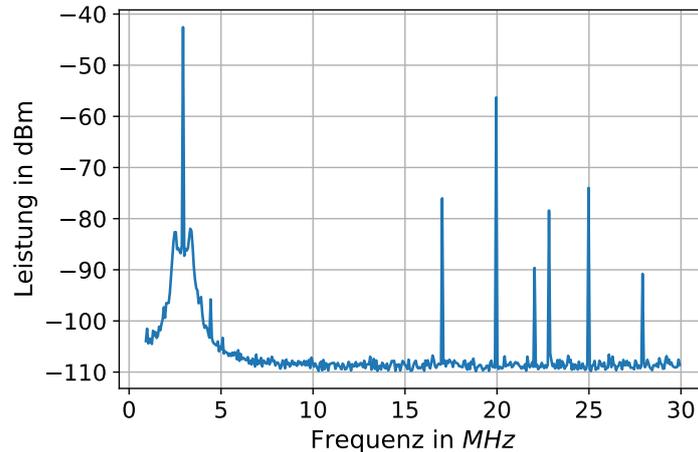
¹³ Dies wurde mittels der Formel 2.2 und dem Messwert für die Reflektivität von $R = 1 - (146 \pm 2)$ ppm von Julia Gamper [12] ermittelt

beiden oberen Messkurven erreicht.

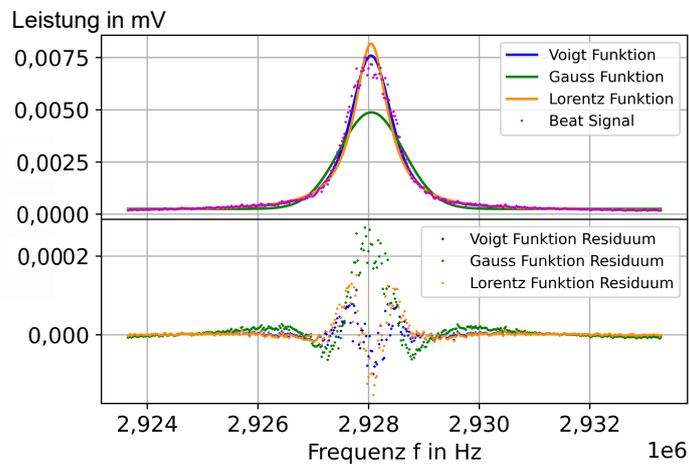
Der Zusammenhang zwischen Frequenzdrift und Lockposition im Resonanzpeak der Cavity bzw. der Transmission wurde nicht für die roten, aber für die beiden Rydberglaser genauer untersucht (vgl. Abb. [3.11](#) und [3.12](#)).

3.3.2 Beat-Note der 480 (960) nm-Rydbergelaser

Analog zum Beat-Note Aufbau für die beiden Masterlaser bei 780 nm wird nun ein zweiter identischer Aufbau (vgl. Abb. 3.1) für die beiden Rydbergelaser eingerichtet. Da die beiden Cavities nicht exakt gleiche Resonanzfrequenzen haben, werden über den HQO-EOM 302 MHz-Seitenbänder auf den HQO-Rydbergelaser modelliert, sodass dieser in etwa dieselbe Frequenz besitzt wie der RQO-Rydbergelaser. Das erhaltene Beat-Note Spektrum wurde mit dem Spectrumanalyser aufgenommen (vgl. Abb. 3.7).



(a) Die beiden Laser verfügen nach Shiften mit dem EOM über einen Frequenzunterschied von ca. 3 MHz. Dies verursacht den ersten Peak mit Servobumps. Da auf den Lasern die kleinen Seitenbänder, die für das PDH-Verfahren notwendig sind, moduliert sind, kann man auch Schwebungen bei 20 MHz und 25 MHz sehen. Da diese auch untereinander interferieren, sind links und rechts von den beiden Peaks jeweils auch Schwebungen zu erkennen.



(b) Hauptpeak der Beat-Note in einem kleinen Frequenzintervall. Zu sehen sind drei Fits an das Spektrum und deren Residuen. Der Voigt-Fit zeigt die höchste Übereinstimmung.

Abbildung 3.7: Spektrum der Beat-Note bei 960 nm auf verschiedenen Frequenzintervallen.

Tabelle 3.4: Halbwertsbreite der Voigt-Fits mit Gauß- und Lorentzanteilen.

	FWHM in Hz		
	Lorentz-Anteil	Gauß-Anteil	Voigt
Wert nach Optimierung mit PDH-Errorsignal [12]	631 ± 7	552 ± 16	960 ± 13

3.3.2.1 Messung der Linienbreite

Um die Linienbreite der Laser abzuschätzen, wurde analog zu Kap. 3.3.1.4 über 30 Spektren der Beat-Note mit maximal möglicher Auflösung aufgenommen. Die Messungen wurden zu verschiedenen Zeitpunkten durchgeführt. Die nach einem Voigt-Fit erhaltenen Halbwertsbreiten (FWHM) finden sich in Tab. 3.4. Die Linienbreite der beiden Rydbergglaser ist jeweils kleiner als (960 ± 13) Hz. Dieser Wert ist kleiner als die Breite der beiden 780 nm-Masterlaser. Eine mögliche Ursache ist die etwas höhere Finesse der Cavity bei 960 nm (vgl. Kap. 2.5). Ein deutlich größerer Lorentzanteil in den Fits als bei den beiden Masterlasern deutet auf weniger technisch bedingtes Rauschen hin.

3.3.2.2 Variation der Parameter des Laser Locks

Auch für die beiden Rydbergglaser wurde versucht, den Lock mittels Optimierung der Beat-Note zu verbessern. Dazu wurden die Linienbreiten bei verschiedenen Parametern vermessen. Exemplarisch ist dies für zwei (SLI, FLD) der vier (SLI, FLI, FLD, XSLI) Parameter des HQO-FALCs (s. Kap. 2.3.2) in Abb. 3.8 abgebildet. Der Main Gain (Proportionalteil) ist der fünfte Parameter, dieser wurde allerdings immer auf ein Minimum der Linienbreite eingestellt, da er einen großen Einfluss hat. Hier wird bereits

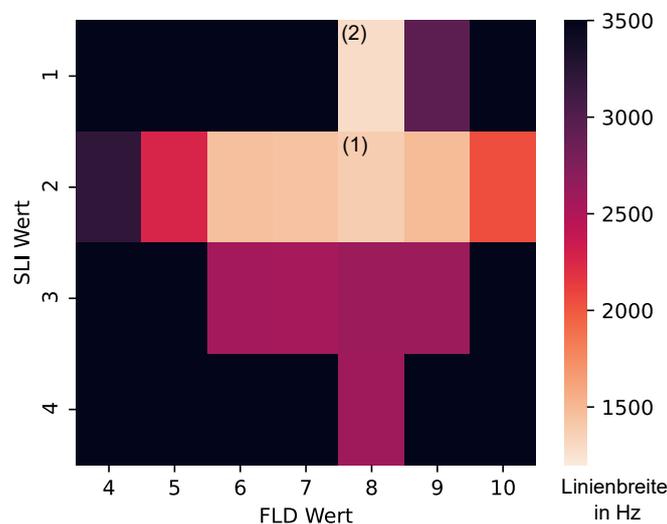


Abbildung 3.8: Heatmap der Linienbreite bei verschiedenen Parametern. Die Farben korrespondieren zu den gemessenen Linienbreiten, diese befinden sich zwischen 1 200 Hz und 3 500 Hz, darüber liegende Werte sind schwarz markiert. Mit der zuvor durchgeführten Optimierung in Kap. 2.3.3 konnte kein Unterschied zwischen Kombination (1) und (2) festgestellt werden, allerdings ist (1) um fast 100 kHz schmalere als (2).

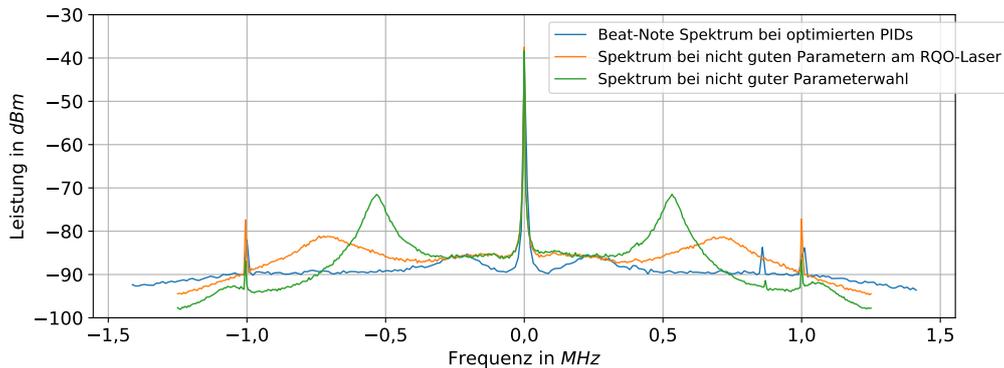


Abbildung 3.9: Abgebildet ist die Beat-Note der beiden Rydberg-Laser in einem Bereich von 2,5 MHz bei verschiedenen Parametern. Zu sehen sind die Servobumps der beiden PDH-Laser-Locks links und rechts von der Beatfrequenz, welche hier auf 0 MHz gelegt wurde. Die scharfen Peaks bei ± 1 MHz sind Artefakte aus dem RQO-Lasercontroller. Während die großen grünen Servobumps weitestgehend unterdrückt werden konnten, bleiben auch bei guter Parameterwahl (blau) bei $\pm 0,2$ MHz kleine Servobumps bestehen.

ein Problem deutlich: Beide PID-Controller besitzen einen mehrdimensionalen Parameterraum. Es ist unmöglich, alle Kombinationen bei beiden PID-Controllern systematisch zu testen und die Beste zu isolieren. Durch geschicktes Probieren konnten dennoch auf diese Weise bessere Parameter gefunden werden, da die Intervalle der einzelnen Parameter zuvor deutlich eingegrenzt werden konnten (vgl. Kap. 2.3.3.2).

Eine weitere Optimierungsmöglichkeit des Laserlocks kann durch Betrachten des Beat-Note Spektrums in einem größeren Frequenzbereich angewendet werden. Die Positionen der Servobumps im Spektrum des Errorsignals (vgl. Abb. 2.9) korrespondieren mit den Servobumps im Spektrum der Beat-Note (s. Abb. 3.9). Die Position der Servobumps im Spektrum der Beat-Note korrespondieren auch mit der Linienbreite der Laser: Ziel der Optimierung ist es, die Servobumps so weit wie möglich vom Beat-Peak zur Seite zu verschieben und so flach wie möglich zu halten.

Diese Methode der Optimierung hat sich als sehr effizient herausgestellt, da man, wenn man die verschiedenen Parameter variiert, schnell ein visuelles Feedback erhält. Außerdem waren die Servobumps im Beat-Note-Signal deutlich besser zu erkennen als die Servobumps im Spektrum der einzelnen Errorsignale. Erschwerend ist nur, dass immer eine Überlagerung der Servobumps der einzelnen Locks im Beat-Note-Signal vorliegt. Durch Variation der einzelnen Locks sieht man jedoch schnell, welcher Servobump durch welchen Controller reduziert werden kann.

3.3.2.3 Optimierung der Langzeitstabilität der Laser Locks

Im Folgenden wird der *Unlimited Integrator* (ULI) der beiden Rydberg-Laser optimiert. Dazu wurden analog zur Optimierung des HQO-Masterlasers verschiedene Messungen über längere Zeiträume durchgeführt.

Es wird vor allem auf die Korrelation des Frequenzdrifts mit der Temperatur und mit der Transmission der Cavity eingegangen.

Abbildung 3.10 zeigt die Frequenz- und Temperaturveränderung auf den beiden Lasertischen über einen

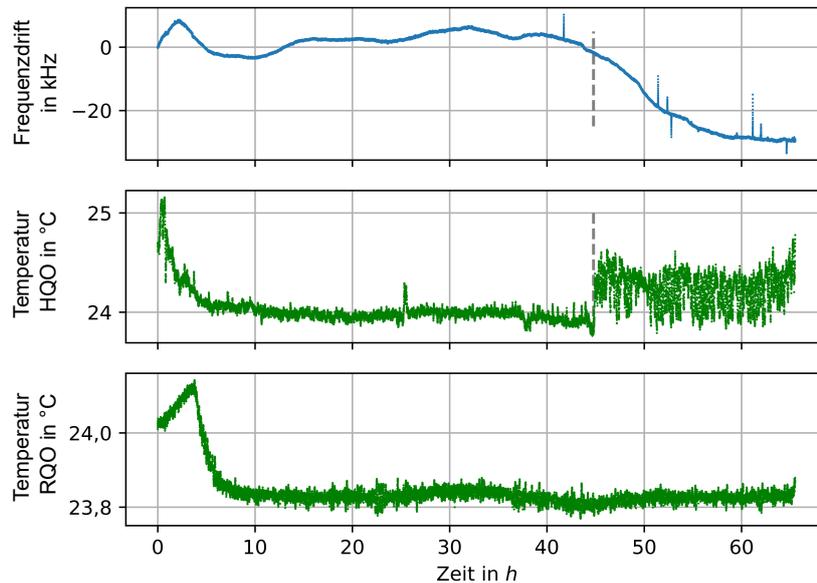


Abbildung 3.10: Abgebildet ist der Zusammenhang zwischen Frequenzdrift der Laser und Temperatur auf den Lasertischen.

Zeitraum von 65 h, also ein Wochenende. Zuerst ist im Zeitraum zwischen 0 und 4 h eine Temperaturveränderung von ca. 1 °C auf beiden Lasertischen zu sehen. Diese wurde dadurch verursacht, dass noch im Labor gearbeitet wurde. Dies erklärt den ersten Peak im Frequenzverlauf. Folgend bleiben beide Temperaturen und die Frequenz relativ stabil, bis ungefähr ab 45 h plötzlich starke Temperaturschwankungen auftreten. Warum plötzlich vergleichsweise starke Temperaturschwankungen auftreten, ist ungeklärt - Ursache könnte ein Problem mit der Lüftung sein. Diese wurden aber nicht nur auf dem HQO-Lasertisch gemessen, sondern auch an anderen Stellen im Labor, jedoch nicht am RQO-Lasertisch, welcher durch Wände abgeschlossen ist. Ab diesem Zeitpunkt beginnen die Laser zu driften. Ob eine Kausalität vorliegt, kann allerdings nicht mit Sicherheit gesagt werden. Festzuhalten ist, dass man die Laser möglichst thermisch isolieren sollte. Im Zeitraum, in dem die Temperaturen stabil waren, wurde eine Frequenzdrift von ca. 10 kHz über 39 h gemessen.

Bei einer bereits guten Optimierung wurden mit weiteren Photodioden neben dem Frequenzdrift auch die Transmission durch die Cavity und die Laserleistung an einem anderen, unabhängigen Strahl gemessen. Die Transmission korreliert mit der Position des Lockpunktes, da bei einer Frequenzvariation die Transmission abnimmt (vgl. Abb. 3.11 und 3.12). Die Halbwertsbreite des Transmissionspeaks¹⁴ ist für die HQO-Cavity $(51\,800 \pm 1\,600)$ Hz. Da die Transmission durch die Cavity nicht nur von der Laserfrequenz, sondern auch von der Laserintensität vor der Cavity abhängt, muss die Intensität des Lasers an einer weiteren Stelle ebenfalls gemessen werden.

¹⁴ Dies wurde mittels der Formel 2.2 und dem Messwert für die Reflektivität von $R = 1 - (109 \pm 1)$ ppm aus Kap. 2.5 ermittelt.

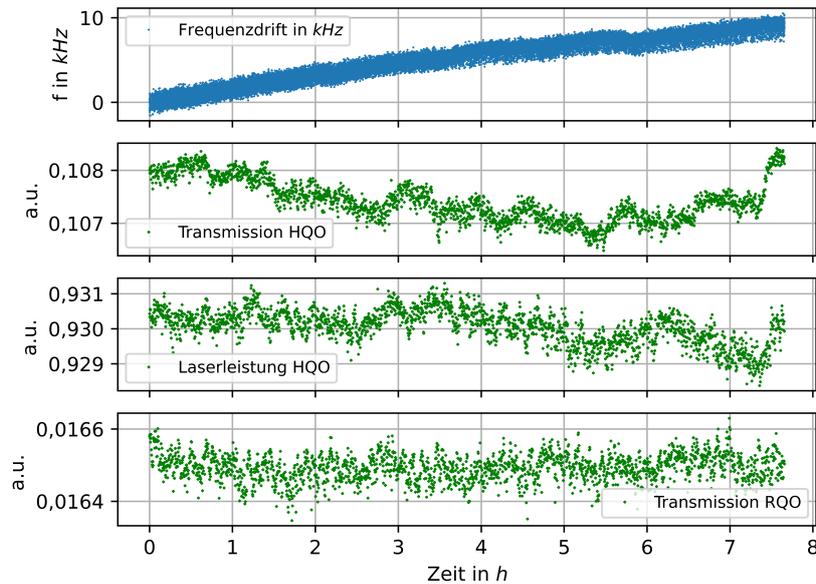


Abbildung 3.11: Abgebildet ist der Zusammenhang zwischen Frequenzdrift der Laser und der Transmissionen der Cavities sowie der Leistung des HQO-Lasers.

In Abb. 3.11 ist ein Drift vor der Optimierung zu sehen. Der Drift beträgt ca. 10 kHz. Die RQO-Transmission zeigt Fluktuationen von 1 - 2 %, ist aber weitestgehend konstant. Die HQO-Laserleistung ist auf unter 1 % annähernd konstant, aber die Transmission der HQO-Cavity zeigt einen klaren Trend. Sie variiert auf einer Größenordnung von ca. 1 %. Zuerst wird sie über einen Zeitraum von 5 h um 1 % geringer, um dann über 2,5 h wieder um 1 % anzusteigen. Der lineare Frequenzdrift wird dadurch verursacht, dass hier der HQO-Laser über den Transmissionspeak driftet.

In einer weiteren Iteration wurde der HQO-Offset optimiert und eine weitere Messreihe aufgenommen (s. Abb. 3.12). Zuerst zeigt sich erneut ein starker Drift von ca. 5 kHz in den ersten 30 min der Messung. Dieser ist darauf zurückzuführen, dass die Laser erst eine geringe Laufzeit nach Einschalten zu diesem Zeitpunkt hatten und dass noch andere Personen im Labor gearbeitet haben. Nach 30 min stabilisiert sich der Frequenzdrift des RQO-Lasers. In den folgenden 1,5 h ist zu beobachten, dass die RQO Transmission zunimmt, da die gesamte Laserleistung zunimmt. Dies ist nicht unbedingt ein Zeichen für einen Drift. Zwischen 30 min und 12 h ist ein Drift von unter 5 kHz zu beobachten (s. Abb. 3.12, obere Grafik). Bei ca. 10 h besitzt dieser einen Umkehrpunkt. An der Transmission des HQO-Lasers ist immer noch ein kleiner Drift zu beobachten. Der Laser wurde nun auf unter 5 kHz Abweichung auf 12 h frequenzstabilisiert.

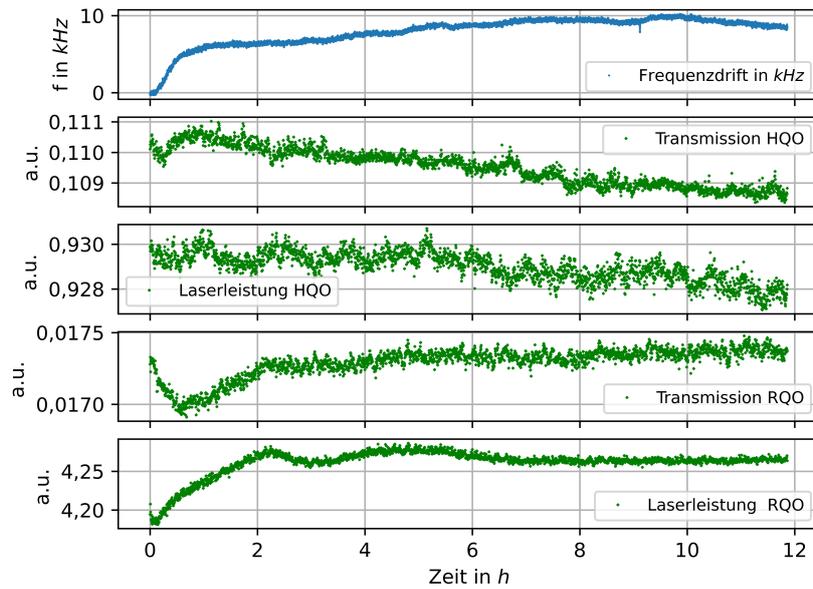


Abbildung 3.12: Abgebildet ist der Zusammenhang zwischen Frequenzdrift der Laser und den Transmissionen der Cavities sowie der Leistung der beiden Laser.

Mit dieser Methode ist ein Weg gefunden worden, Drifts im kHz-Bereich zu messen und einem der beiden Laser zuzuschreiben. So kann gezielt einer der beiden Laser optimiert werden, um den Drift zu minimieren. Als eine große Quelle der Langzeitdrifts konnte ein Offset im Errorsignal identifiziert werden. Dieses kann durch Ändern des Input-Offsets, des ULI-Offsets oder der ULI-Slew-Rate angepasst werden. Durch iteratives Vorgehen kann so der Lock schrittweise verbessert werden.

3.3.3 Bewertung der Stabilität der Frequenzstabilisierung

Im folgenden werden die Ergebnisse der Kap. 3.3.1 und 3.3.2 zusammengefasst und diskutiert.

Die Linienbreite des 780 nm-Masterlasers konnte auf unter 1,3 kHz bestimmt werden. Eine Langzeitdrift konnte auf unter 12 kHz in 15 h limitiert werden.

Die Linienbreite des 960 nm-Rydberglasers konnte auf unter 960 Hz abgeschätzt werden und Langzeitdrifts wurden auf unter 5 kHz in 12 h eingegrenzt.

Zur endlichen Größe der Linienbreite tragen verschiedene Faktoren bei. Z.B. kann die Feedback-Schleife, wenn die Parameter (zu diesen zählen die Einstellpunkte des *FALCs* und die Demodulationsphase) trotz Optimierung nicht perfekt eingestellt sind, ein Rauschen auf dem Laser verursachen. Fluktuationen auf verschiedenen Zeitskalen werden darüber hinaus durch die druck- und temperaturbedingte Verschiebung der Linie der Cavity, durch elektronische Effekte oder durch Wegdriften des Offsets des Errorsignals, z.B. aufgrund von Polarisierungseffekten, verursacht.

Für das Langzeitverhalten konnte festgestellt werden, dass das System sehr empfindlich auf kleine Veränderungen reagiert, wie z.B. ein minimal anderer Offset im Errorsignal oder Temperaturveränderungen. Verstärkt wird dies durch nicht mit ausreichend großen Krümmungsradien verlegte Fasern vor dem EOM oder durch Feedback von Rückreflexionen in den Laser, welche Instabilitäten in der Laserfrequenz verursachen. Dies wurde ausführlich in Kap. 3.3.1.5 und 3.3.2.3 diskutiert. Jedoch konnte durch die Optimierung eine deutliche Reduktion der Drift erreicht werden.

Es kann festgehalten werden, dass diese Werte mehr als ausreichend sind, um eine MOT in Betrieb zu nehmen, da der zum Kühlen verwendete Übergang eine um einige Größenordnungen größere Linienbreite besitzt als die Laserlinienbreite.

Auch die Rydberganregung kann mit den stabilisierten Lasern implementiert werden. Die Linienbreite der Laser ist jeweils in derselben Größenordnung wie die Linienbreite des 111S-Zustandes im Kryostaten bei 4 K und kleiner als die Linienbreite des Zustandes bei Raumtemperatur (vgl. Kap. A.1.1).

Ab einer gewissen Güte der Stabilisierung müssen auch weitere Störquellen in geplanten Experimenten berücksichtigt werden. Zu diesen zählen u.a. zusätzliche Faktoren, die zur Linienverbreiterung führen, oder elektrische und magnetische Felder, die durch Fluktuationen eine Verschiebung und Verbreiterung der Linien verursachen. Jede weitere Verbreiterung führt zu Dekohärenz und Dephasing, also zu zusätzlichen Zerfallstermen in der Masterequation.

Den größten Beitrag zur Linienverbreiterung liefert die Dopplerverbreiterung, welche von der endlichen Geschwindigkeit der Atome rührt. Diese führt auch bei Kühlung bis zum Dopplerlimit zu Verbreiterungen, die einige Größenordnungen über der Linienbreite liegen. Dieses Problem kann durch Verwenden einer geeigneten Geometrie der Laser (z.B. gegenläufige Strahlen) zur Zwei-Photon-Anregung reduziert werden.

Fluktuationen in äußeren Feldern führen schnell zu Änderungen in den Resonanzfrequenzen der Atome. Abschätzungen der Größe dieser Verschiebungen sind in Anhang A.1.2 zu finden. Diese Frequenzveränderungen erreichen schnell die Größe des Laserdrifts und müssen durch Abschirmung und Kompensationsfelder soweit unterdrückt werden, dass diese Effekte nicht überwiegen.

Stabile Laserfrequenzen führen dennoch zu höheren Kohärenzzeiten der angeregten Zustände, da sich die gesamte Linienbreite aus einer Faltung der verschiedenen Teillinienbreiten ergibt. Außerdem helfen stabile Laser, die genannten weiteren Störquellen in Experimenten zu identifizieren.

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde die Frequenzstabilisierung des Master- und des Rydberglasers des HQO-Experimentes implementiert, charakterisiert und getestet.

Eine Aufgabe dieser Arbeit bestand im Aufbau (s. Kap. 2.3.1) und in der Optimierung (s. Kap. 2.3.3) der Stabilisierung des 960 nm HQO-Rydberglasers. Das PDH-Verfahren zur Gewinnung des Errorsignals und eine Feedback-Schleife konnten experimentell umgesetzt werden. Da ein zweiter Laser für die später folgende Linienbreitenmessung bei derselben Wellenlänge benötigt wurde, ist auch der Lock des RQO-Rydberglasers bei der benötigten Wellenlänge des 111S-Zustands von Rubidium optimiert worden.

Das Kernstück der Stabilisierung der Laser des HQO-Experimentes ist die ULE-Cavity. Diese konnte genauer charakterisiert werden (s. Kap. 2.1.2). Sie besitzt einen freien Spektralbereich Δ_{FSR} von $(1\,492 \pm 7)$ MHz und durch eine Cavity-Ringdown-Messung konnte die Finesse \mathcal{F} auf $(28\,600 \pm 300)$ und die Reflexivität $1 - R$ auf 109 ± 1 ppm bei 960 nm bestimmt werden. Diese Werte sind um 30 % besser als die Eigenschaften, welche die ULE-Cavity bei 780 nm Wellenlänge aufweist. Dieses Ergebnis entspricht den Erwartungen und ermöglicht eine sehr schmalbandige Frequenzstabilisierung.

Ein weiterer Aspekt der Arbeit (s. Kap. 3.3.1) bestand darin, die Arbeit von Julia Gamper am 780 nm Master-Laser fortzuführen. In dieser wurde der Laser bereits mit Einsatz des PDH-Verfahrens und dem schnellen Zweig des *FALC*s stabilisiert. Zusätzlich konnte nun der *Unlimited-Integrator* (ULI) in Betrieb genommen werden. Der ULI sorgt für eine Kompensation von Langzeitdrifts des Lasers, indem er über die Korrekturen langer Zeiträume integriert und einen Offset auf das Feedback-Signal gibt.

Das Verfahren der *Heterodyne-Detection* hat sich als sehr nützlich erwiesen, um schnell konkrete Aussagen über die Güte der Laser-Locks machen zu können. Durch die Beat-Note zwischen zwei bei gleichen Frequenzen operierenden Lasern, die räumlich getrennt auf verschiedene Cavities gelockt sind, konnte die Frequenz der Laser relativ zueinander präzise vermessen werden. Ein weiteres Finetuning der Laser-Locks wurde vorgenommen. Mit den beiden Masterlasern und den beiden Rydberglasern konnten somit jeweils zwei unabhängige Systeme verglichen werden. Eine obere Grenze für die Linienbreite von unter 1,3 kHz und eine kleinere Frequenzdrift als 10 kHz in 10 h konnte in Kap. 3.3.1 und 3.3.2 für beide Laser vermessen werden.

Eine Drift von unter 5 kHz in 12 h konnte durch eine genaue Vermessung des Zusammenhangs zwischen

Drift der Laser und Transmissionen der Cavities erreicht werden.

Wie in Kap. 3.3.3 aufgezeigt reichen diese Ergebnisse aus, um eine Kühlung und Rydberganregung der ^{87}Rb -Atome im Rahmen des geplanten *Hybrid Quantum Optics*-Experiments zu ermöglichen.

Das HQO-Lasersetup zieht aktuell in ein neues Labor um. Die Optik muss abgebaut und wieder aufgebaut werden. Dadurch geht die jetzt bestehende Optimierung verloren. Das bietet die Chance, im neuen Setup die in der Diskussion von Kap. 3 identifizierten Störquellen der Stabilisierung zu minimieren. Dieses wird helfen, eine höhere Stabilität zu erreichen.

Einige der in Kap. 3 aufgeführten Punkte konnten bereits im alten Aufbau identifiziert und eliminiert werden. Andere Aspekte lassen sich aber nur durch grundlegende Änderungen im neuen Aufbau verbessern, u.a. durch eine vermehrte Faserkopplung zwischen Laser und Optik, gründliches und großzügiges Verlegen der Fasern mit großen Kurvenradien, Bauen von Faserbrücken und thermisches und akustisches Abriegeln des Lasertischs durch Türen.

Darüber hinaus können auch noch weitere Optimierungsmöglichkeiten der Laserstabilisierung eingesetzt werden. Mit einem *Network-Analyzer* können Störungen auf den Laser gegeben werden und es kann gemessen werden, wie der Lock auf diese reagiert. Transferfunktionen von Gain und Phase können gemessen werden. Auch diese können in Zukunft zur weiteren Optimierung der Feedback-Schleife genutzt werden.

Interessant wäre darüber hinaus, mit Beat-Notes von drei Lasern die Linienbreiten von jedem einzelnen Laser zu bestimmen, anstatt nur eine obere Grenze für die Linienbreiten von zwei Lasern zu finden.

In dieser Arbeit konnten jeweils zwei auf verschiedene Cavities gelockte Laser untersucht werden. Die erzielte Stabilisierung deckt sich mit den bisher erzielten Werten in anderen ähnlichen Systemen. Eine signifikant höhere Frequenzstabilität kann nur durch Verwenden einer Cavity mit einer höheren Finesse - also einer besser definierten Referenzfrequenz - erzielt werden. Der limitierende Faktor ist durch die Reflexivität der Cavity-Spiegel-Coatings gegeben. Verbessert werden kann diese, in dem man die Cavity auf einen schmaleren Wellenlängenbereich oder gar nur eine einzige Wellenlänge auslegt.

Anhang

Im Anhang befinden sich zuerst einige ausführlichere Ausführungen zur natürlichen Linienbreite von Rubidium (s. Kap. A.1.1) und zu den Effekten von elektromagnetischen Feldern auf die Atomlinien (s. Kap. A.1.2).

In Kapitel A.2 sind Details zu den Optimierungen des 780 nm-Masterlasers und in Kapitel A.3 sind weitere Ausführungen zu höheren Moden in Resonatoren zu finden.

A.1 Abschätzung der Linienbreite von Rubidium

Im Idealfall sind die Energien der Übergänge durch die fundamentale Linienbreite und der Lebensdauer bedingt (s. Kap. A.1.1). Diese ist wiederum an die Umgebungstemperatur gekoppelt. Praktisch führen allerdings fluktuierende umgebende Felder aufgrund des Stark- und Zeemaneffekts zu weiteren Verschiebungen der Übergänge (s. Kap. A.1.2).

A.1.1 Linienbreite unter Berücksichtigungen von BBR-induzierten Zerfällen

Ein einfaches Modell für die Linienbreite wurde von Gallagher und Cooke gefunden [37]. Für Rydbergatome können aufgrund der Ähnlichkeit zum Wasserstoffatom mit überschaubarem Aufwand numerische Berechnungen durchgeführt werden. Zur Berechnung der Zerfallsbreite müssen die Übergänge zwischen einem Zustand¹ nL und allen anderen Zustand $n'L'$ betrachtet werden. Es treten spontane Übergänge und durch Schwarzkörperstrahlung (BBR) stimulierte Übergänge auf. Die Übergangsraten der einzelnen Übergänge sind in Abb. A.1 gezeigt. Der spontane Zerfall lässt sich über die Einsteinkoeffizienten $A(nL \rightarrow n'L')$ beschreiben, welche sich aus dem Matrixübergangselement der elektrischen Dipolübergänge und der Übergangsfrequenz zwischen den beiden Energieniveaus ergibt. Die Teilzerfallsbreiten sind

$$\Gamma_0 = \sum_{n'L' | E_{nL} > E_{n'L'}} A(nL \rightarrow n'L') \quad \text{und} \quad \Gamma_{\text{BBR}} = \sum_{n'} A(nL \rightarrow n'L') \cdot \bar{n}(\omega_{nn'}). \quad (\text{A.1})$$

Hierbei sind nur Übergänge zu niedriger gelegenen Energieniveaus möglich ($E_{nL} > E_{n'L'}$). Aus allen Zerfällen ergibt sich die natürliche Linienbreite Γ_0 . Die Schwarzkörperstrahlung (BBR) durch

¹ Hierbei ist n die Hauptquantenzahl und L die Drehimpulsquantenzahl

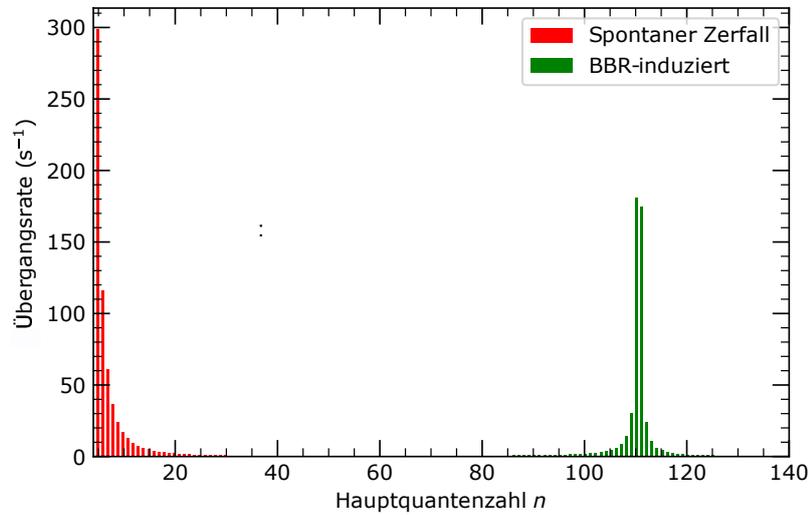


Abbildung A.1: Zu sehen sind die Zerfallsraten des 111S-Zustands in andere Zustände bei $T = 100$ K. Man unterscheidet zwischen spontanen Zerfällen und durch BBR-stimulierten Zerfällen. Spontane Zerfälle finden vor allem in die niedrigen Zustände statt, während BBR dazu führt, dass auch benachbarte Zustände des angeregten Zustands bevölkert werden.

die warme Umgebung der Atome führt zu weiteren Übergängen abhängig von der effektiven Zahl an BBR-Photonen $\bar{n}(\omega_{nn'}) = [\exp(h\bar{n}(\omega_{nn'})/kT) - 1]^{-1}$ in der jeweiligen Mode.

Die gesamte Linienbreite Γ ergibt sich nun aus der Summe $\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_{\text{BBR}}$. Die Linienbreite Γ ist nun abhängig von dem Ausgangszustand und der Umgebungstemperatur des Zerfalls. Diese Zusammenhänge sind für verschiedene Ausgangszustände bei verschiedenen Temperaturen in Abb. A.2 zu sehen.

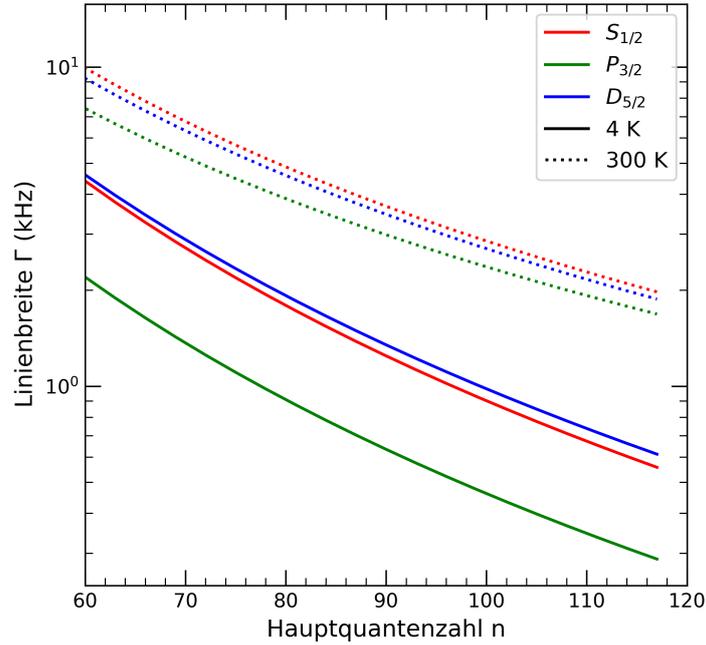


Abbildung A.2: Die Linienbreite Γ von Rubidium bei verschiedenen Hauptquantenzahlen n und Drehimpulsquantenzahlen L . Die Temperatur wurde zwischen 4 und 300 K variiert. Die Linienbreiten liegen für das 111S-Niveau bei weniger als 1 kHz bei kleinen Temperaturen und über 2 kHz bei Raumtemperatur.

A.1.2 Drift der Resonanzfrequenzen aufgrund von elektromagnetischen Feldern

Felder wechselwirken mit den neutralen, aber aus elektrischen Ladungen bestehenden, polarisierbaren Atomen. Dadurch entsteht ein zusätzlicher Hamiltonian, dieser verschiebt die Energien und Frequenzen der Übergänge im Atom.

A.1.2.1 Elektrische Felder und der Stark-Effekt

Der *Stark Shift* wird durch ein elektrisches DC-Feld E und dessen Wechselwirkung mit den stark polarisierbaren Rydbergatomen verursacht. Er kann für kleine Felder durch Störungstheorie gelöst werden. Durch Diagonalisieren des gesamten Hamiltonians (Atom- und Starkterm) erhält man Lösungen. Für nichtentartete S-Niveaus verschwindet die erste Ordnung und aus der zweiten Ordnung Störungstheorie erhält man den quadratischen *Stark Shift* [38]

$$\Delta_{\text{Stark}} = \frac{1}{2} \alpha E^2 \quad \text{mit} \quad \alpha \left[\frac{\text{MHz}}{(\text{V/cm})^2} \right] = 2.202 \cdot 10^{-9} \cdot n^6 + 5.53 \cdot 10^{-11} \cdot n^7. \quad (\text{A.2})$$

Für den 111 S-Zustand ergibt sich somit

$$\alpha = 15\,600 \text{ MHz}/(\text{V/cm})^2. \quad (\text{A.3})$$

Um diese Zahl einzuordnen: Eine Feldveränderung von 0 mV/cm auf 0,8 mV/cm führt zu einer Frequenzverschiebung von mehr als 5 kHz, also dem für die Rydbergglaser typischen Drift. Dieses Feld entspricht dem Feld eines einzelnen Ions in 0,14 mm Entfernung oder ca. 20000 Elementarladungen in 2 cm Entfernung.

A.1.2.2 Magnetische Felder und der Zeemann-Effekt

Magnetische Felder \vec{B} koppeln mit dem Drehmoment $\vec{\mu}$, welches sich aus dem Bahndrehimpuls des Elektrons und dem Spin des Elektrons zusammensetzt. Im Hyperfein-Zeemann-Regime ergibt sich der zusätzliche Hamiltonion als

$$H_{Zee} = -\vec{\mu}\vec{B} = \mu_B g_F m_F B, \quad (\text{A.4})$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton, $g_F = g_j \cdot \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)}$ mit $g_j = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{j(j+1)}$ der Landé-Faktor und m_F die z-Komponente der magnetischen Quantenzahl ist.

Für das 111S Niveau ergeben sich mit $g_j = 2$ die Quantenzahlen $F = 1$ oder $F = 2$, der Faktor $g_F = \pm 0.25$ und damit

$$\Delta_{Zee,111S} = \frac{\mu_B g_j m_j}{h} B = \pm 0,7 \frac{\text{MHz}}{\text{G}} \cdot B. \quad (\text{A.5})$$

In späteren Experimenten könnten auch *Circular Rydbergatoms* mit $n = 111$ und $l = 110$ zum Einsatz kommen. Für hohe m_F -Quantenzahlen sind diese sehr empfindlich Magnetfeldern gegenüber. Der Zeemann-Effekt beträgt für $m_F = 112$

$$\Delta_{Zee,circ} = 155 \frac{\text{MHz}}{\text{G}} \cdot B. \quad (\text{A.6})$$

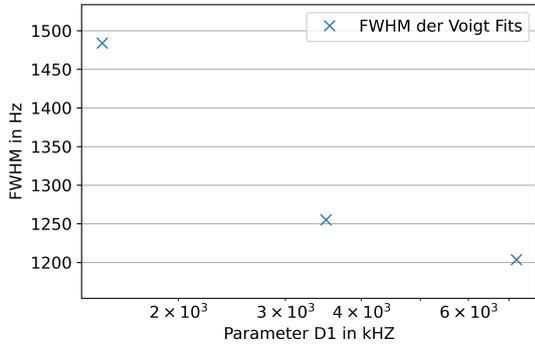
Circular Rydbergatoms sind also 200 mal empfindlicher als der Zustand mit $s = 0$.

A.2 Messungen zur Optimierung des HQO-Masterlasers

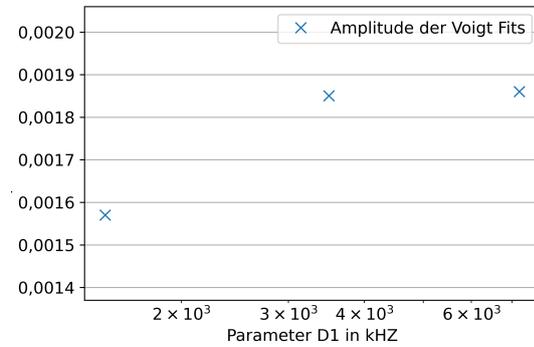
Im Folgenden sind die einzelnen Linienbreitenmessungen für die Optimierung des 780 nm HQO-Masterlasers (s. Kap. 3.3.1.3) abgebildet. Für die verschiedenen Parameter wurde jeweils eine Messung durchgeführt.

In allen Fits ist eine gute Korrelation von FWHM und Amplitude zu sehen. Auffallend ist auch, dass einige Parameter anscheinend einen großen Einfluss haben, andere z.B. der Gain (vgl. Abb. A.4(c)) haben keinen so großen Einfluss.

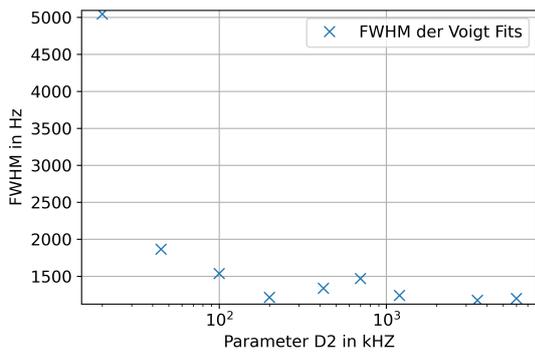
Nennenswert ist außerdem, dass einige der gemessenen FWHM-Werte deutlich kleinere Werte zeigen als die Linienbreite, die über mehrere Messungen gemittelt in Kap. 3.3.1.4 ermittelt wurde. Hierfür gibt es zwei Gründe: erstens wurde tatsächlich die Linienbreite am Ende der Optimierung gemessen, allerdings hat sich während des Optimierens der Lock zwar verbessert, die gesamte Performance des Lasers ist aber insgesamt schlechter geworden. Erst im Nachgang der Messungen sind unentdeckte Reflektionen an einer losen Rubidiumzelle aufgefallen. Zweitens handelt es sich hier um einzelne Messungen, welche gaußverteilt sind. Einige der Messwerte sind offensichtlich Ausreißer.



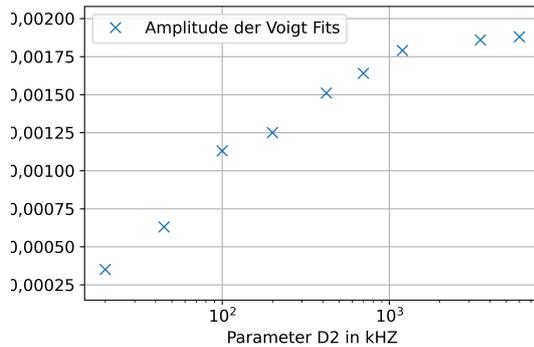
(a) FWHM bei Variation von D1. Optimalerer Parameter: $D_1 = 7200$ kHz



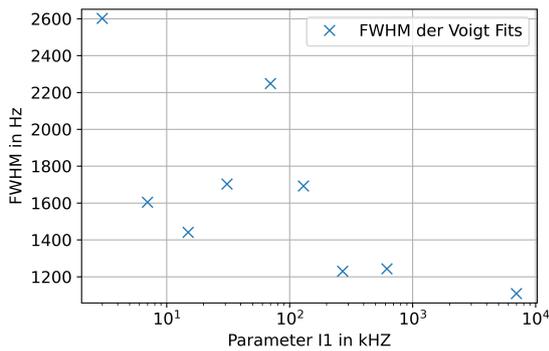
(b) Amplitude bei Variation von D1.



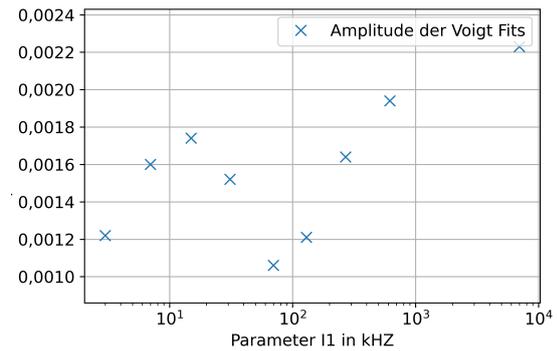
(c) FWHM bei Variation von D2.



(d) Amplitude bei Variation von D2.

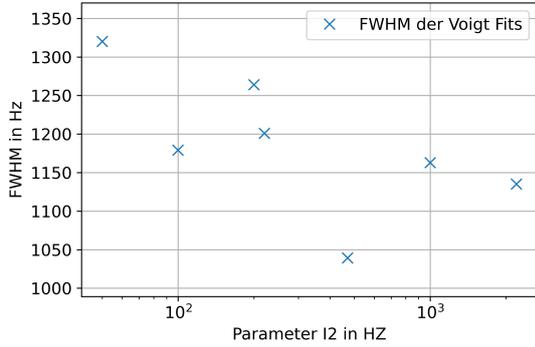


(e) FWHM bei Variation von I1.

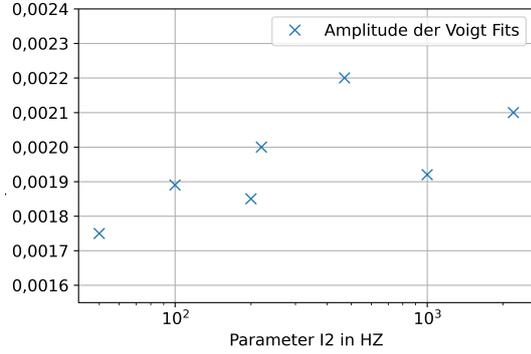


(f) Amplitude bei Variation von I1.

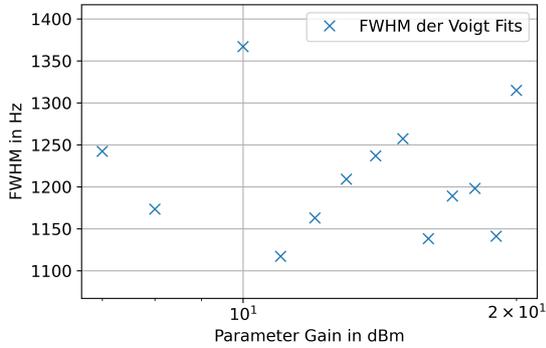
Abbildung A.3: FWHM und Amplitude bei Variation der Parameter des Locks des 789 nm-HQO Masterlasers.



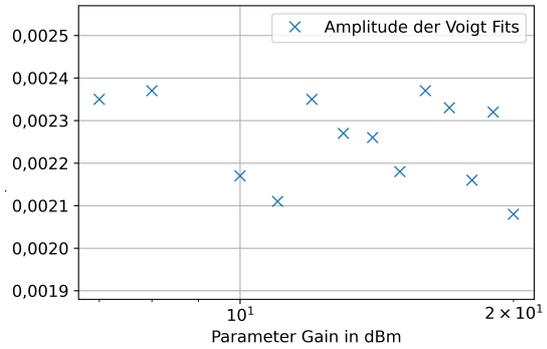
(a) FWHM bei Variation von I_2 . Optimalerer Parameter: $I_2 = 480$ Hz.



(b) Amplitude bei Variation von I_2 .



(c) FWHM bei Variation des Gains. Bei $Gain = 11$ liegt eine kleinere FWHM vor.



(d) Amplitude bei Variation des Gains.

Abbildung A.4: Fortsetzung: FWHM und Amplitude bei Variation der Parameter des Locks des 780 nm-HQO Masterlasers.

A.3 Resonatormoden in der HQO-ULE-Cavity

Während beim Mode-Matching zum Einkoppeln in die HQO-Cavity (s. Kap. 2.1.2.1) gescannt wurde, wurden einige höhere Moden mit der *ArduCam* beobachtet. Es liegen TEM-Moden vor. Wir können Gaußsche Strahlenoptik benutzen, um diese zu beschreiben. Ein Gaußstrahl besitzt zwei wichtige Parameter, nämlich den Rayleighparameter z_0 und den Waist-Radius $\omega_0 = \frac{\lambda z_0}{\pi}$. Mit diesen ist die Grundmode vollständig bestimmt [22]. Im Allgemeinen haben Moden folgende Form:

$$I_{mn}(x, y, z) = \mathcal{A}_{mn} \cdot \left(\frac{\omega_0}{\omega(z)} \right)^2 e^{-2\left(\frac{\rho}{\omega(z)}\right)^2} e^{\frac{ik\rho^2}{R(z)}} e^{2i(kz - (m+n+1)\eta(z))} \quad (\text{A.7})$$

$$\text{mit } \mathcal{A}_{mn} = I_0 \cdot H_m^2 \left(\frac{\sqrt{2}x}{\omega(z)} \right) H_n^2 \left(\frac{\sqrt{2}y}{\omega(z)} \right). \quad (\text{A.8})$$

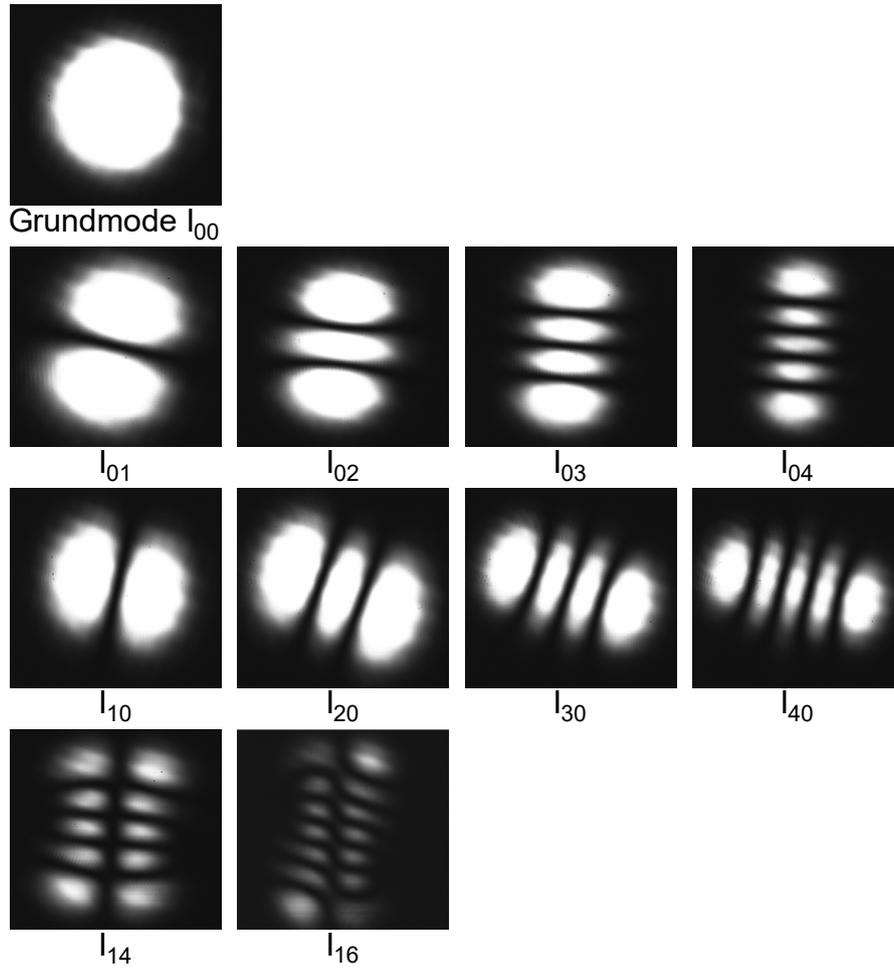


Abbildung A.5: Gemessene transversale Intensitätsverteilung der Moden I_{mn} in der ULE-Cavity. Die leichte Verkippung ist durch eine leicht schräge Polarisation und die leichte Verkippung der Spiegel verursacht. Für diese Bilder wurde der HQO-Rydberglasser verwendet.

Hierbei sind \mathcal{A}_{mn} die transversale Amplitudenverteilung mit den Hermite-Polynomen $H_m(x)$, $\rho^2 = x^2 + y^2$, $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (\frac{z}{z_0})^2}$ der Strahlradius, $R(z) = z(1 + (\frac{z_0}{z})^2)$ der Radius der Wellenfronten und $\eta(z) = \arctan(\frac{z}{z_0})$ die Gouy-Phase, welche aufgrund der gekrümmten Wellenfronten im Gaußstrahl hinzugefügt werden muss [22]. Im Allgemeinen können neben Hermite-Gauss-Moden auch Laguerre-Gauss-Moden beobachtet werden [25].

Literatur

- [1] O. Firstenberg, C. Adams und S. Hofferberth, *Nonlinear quantum optics mediated by Rydberg interactions*, *J. Phys. B-At. Mol. Opt.* **49** (2016) S. 152003.
- [2] M. Lukin u. a., *Dipole Blockade and Quantum Information Processing in Mesoscopic Atomic Ensembles*, *Phys. Rev. Lett.* **87** (3 2001) S. 037901.
- [3] Gorniaczyk, Tresp, Schmidt, Fedder und Hofferberth, *Single-Photon Transistor Mediated by Interstate Rydberg Interactions*, *Phys. Rev. Lett.* **113** (5 2014) S. 053601.
- [4] N. Stiesdal, *Collective atom-light interactions with Rydberg superatoms*, Universität Bonn, University of Southern Denmark (2022).
- [5] C. Foot, *Atomic physics*, Oxford University Press, 2005 190 ff. ISBN: 978-0-19-850695-9.
- [6] M. Greiner, I. Bloch, T. Hänsch und T. Esslinger, *Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance*, *Phys. Rev. A* **63** (3 2001) S. 031401.
- [7] J. Fortagh, A. Grossmann, C. Zimmermann und T. Hänsch, *Miniaturized Wire Trap for Neutral Atoms*, *Phys. Rev. Lett.* **81** (24 1998) S. 5310–5313.
- [8] R. Stevenson, J. Minar, S. Hofferberth und I. Lesanovsky, *Prospects of charged-oscillator quantum-state generation with Rydberg atoms*, *Phys. Rev. A* **94** (4 2016) S. 043813.
- [9] D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data*, 2021, URL: <http://steck.us/alkalidata> (besucht am 02. 08. 2022).
- [10] R. Drever, J. Hall und J. Hough, *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*, *Appl Phys. B* **31** (1983) S. 97–105, URL: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5095948/mod_resource/content/1/Drever-Hall_Original-paper.pdf (besucht am 29. 07. 2022).
- [11] E. Black, *An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization*, *Am. J. Phys.* **69** (2001).
- [12] J. Gamper, *Frequenzstabilisierung zur Laserkühlung von Rubidium*, Universität Bonn (2022).

- [13] S. Schmidt-Eberle, *Phase and Frequency Locking of Diode Lasers*, TOPTICA Photonics AG, (2021),
 URL: https://www.toptica.com/fileadmin/Editors_English/04_applications/10_application_notes/01_Application_Note_-_Phase_and_Frequency_Locking_of_Diode_Lasers/Phase_and_Frequency_Locking_of_Diode_Lasers.pdf (besucht am 15.05.2022).
- [14] E. Black, *Notes on the Pound-Drever-Hall technique*, LIGO Project (1998),
 URL: <https://dcc.ligo.org/public/0028/T980045/000/T980045-00.pdf> (besucht am 30.06.2022).
- [15] C. Tresp, *A Setup for Highly Precise Excitation and Detection of Rydberg Atoms*, Universität Stuttgart (2012).
- [16] W. Demtröder, „Laserspektroskopie 1“, Springer, 2011 164–187, 220 ff.
 ISBN: 978-3-642-21306-9.
- [17] C. Hawthorn, K. Weber und R. Scholten,
Littrow configuration tunable external cavity diode laser with fixed direction output beam,
 School of Physics, The University of Melbourne (2001).
- [18] TOPTICA Photonics AG, *TA-SHG pro system with tapered amplifier TA pro*.
 URL: <https://www.toptica.com/products/tunable-diode-lasers/frequency-converted-lasers/ta-shg-pro#gallery-2>, (besucht: 04.07.2022).
- [19] TOPTICA Photonics AG, *DL pro: Grating Stabilized Diode Laser Head*, (2020).
- [20] J. Balewski,
Hochauflösende Photoassoziationsspektroskopie von Rydberg-Dimeren und Trimeren,
 Universität Stuttgart (2009), URL:
<https://www.pi5.uni-stuttgart.de/documents/abgeschlossene-arbeiten/2009-Balewski-Jonathan-Hochaufloesende-Photoassoziationsspektroskopie-von-Rydberg-Dimeren-und-Trimeren-Diplom.pdf> (besucht am 29.07.2022).
- [21] *Advanced Thin Films - Spectrophotometer Data*, URL: <https://vm.iap.uni-bonn.de/wiki/index.php/File:HQ0-cavity-mirror-coating.pdf>,
 (besucht: 23.07.2022).
- [22] D. Meschede, *Optik, Licht und Laser*, 3. Aufl., Vieweg+Teubner, 2008 S. 196–211,
 ISBN: 978-3-8348-9288-1.
- [23] P. Lunt, *Design and construction of a new ultracold Ytterbium experiment for Rydberg physics*,
 University of Southern Denmark (2019).
- [24] TOPTICA Photonics AG, *TA/DL SHG pro: Frequency Doubled High Power Laser System*, (2009).
- [25] Moglabs, *AN002: Pound-Drever-Hall Locking with the FSC*, MOG Laboratories Pty Ltd., (2021),
 URL: <https://www.moglabs.com/support/appnotes/an002-pdh-r2.pdf> (besucht am 15.05.2022).
- [26] P. Robert, *The Design of the PID Controller*,
 Klipsch School of Electrical and Computer Engineering (2001),
 URL: https://www.researchgate.net/publication/237528809_The_Design_of_the_PID_Controller (besucht am 17.08.2022).

- [27] TOPTICA Photonics AG, *FALC 110: Fast Analog Linewidth Control*, (2015).
- [28] Y. Peng, *A novel scheme for hundred-hertz linewidth measurements with self-heterodyne method*, (2013).
- [29] ThorLabs, *Si Free-Space Amplified Photodetectors*, URL: https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=3257&pn=PDA10A2, (besucht: 13.06.2022).
- [30] T. Uehara, K. Tsuji, K. Hagiwara und N. Onodera, *Optical beat-note frequency stabilization between two lasers using a radio frequency interferometer in the gigahertz frequency band*, *Optical Engineering* **53** (2014).
- [31] A. Khintchine, *Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse*, *Mathematische Annalen* **109** (1934) S. 604–615, URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01449156> (besucht am 29. 07. 2022).
- [32] D. Steck, *Quantum and Atom Optics*, Oregon Center for Optics und Department of Physics, University of Oregon, 2012 S. 53–86, URL: <http://steck.us/teaching> (besucht am 29. 07. 2022).
- [33] N. Lehtinen, *Error functions*, *Stanford University*, URL: <http://nlpc.stanford.edu/nleht/Science/reference/errorfun.pdf>, (besucht: 12.07.2022).
- [34] N. Temme, *Voigt function*, *NIST Handbook of Mathematical Functions*, Cambridge University Press (2010).
- [35] E. Whittaker, M. Gehrtz und G. Bjorklund, *Residual amplitude modulation in laser electro-optic phase modulation*, *J. Opt. Soc. Am. B* **2** (1985) S. 1320–1326.
- [36] M. Suhara und M. Yamada, *Analysis of Excess Intensity Noise due to External Optical Feedback in DFB Semiconductor Lasers on the Basis of Mode Competition Theory*, (1993), URL: https://www.researchgate.net/publication/36431412_Analysis_of_Excess_Intensity_Noise_due_to_External_Optical_Feedback_in_DFB_Semiconductor_Lasers_on_the_Basis_of_Mode_Competition_Theory (besucht am 21. 07. 2022).
- [37] T. Gallagher und W. Cooke, *Interactions of Blackbody Radiation with Atoms*, *Phys. Rev. Lett.* **42** (13 1979) S. 835–839.
- [38] M. O’Sullivan und B. Stoicheff, *Scalar polarizabilities and avoided crossings of high Rydberg states in Rb*, *Phys. Rev. A* **31** (4 1985) S. 2718–2720.